COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 NOVEMBRE 1845.

PRÉSIDENCE DE M. MATHIEU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDROGRAPHIE. — *Mémoire sur les rades couvertes, ou ports de refuge, projetés sur la côte d'Angleterre qui fait face à la France; par* M. le baron **Charles Dupin.**

« Il y a déjà vingt-huit ans, j'ai soumis à l'Académie la description des grands travaux entrepris par le gouvernement britannique, dans le dessein de faire à la fois de Plymouth le plus beau port de défense et de refuge pour la marine militaire et la marine du commerce.

» Ces travaux, poursuivis avec l'activité la plus remarquable, bien qu'ils aient été commencés un quart de siècle après ceux de Cherbourg, sont terminés depuis longtemps; les nôtres ne sont pas encore achevés.

» Aujourd'hui l'Angleterre projette la création de nouveaux ports d'agression ou, si l'on veut, de défense et de refuge, de plus en plus rapprochés des côtes de France. Ces travaux intéressent, sous plus d'un point de vue, les sciences et les arts: telle est la raison qui me détermine à les faire connaître à l'Académie.

» En 1843, un comité spécial de la Chambre des Communes, institué pour prendre en considération les naufrages éprouvés par les navires de

commerce, sur les côtes d'Angleterre, avait adressé ses recommandations au Gouvernement, afin qu'on établît des *ports de refuge* dans le canal de la Manche.

» Le comité, par une réserve pleine de sagesse, s'était abstenu de recommander aucune situation à préférer pour de semblables ports; il avait, au contraire, exprimé l'opinion que des propositions pareilles seraient infiniment mieux résolues par une réunion de personnes savantes, douées aussi de connaissances pratiques, et qu'on aurait désignées spécialement pour un objet de si haute importance.

» Animé par le désir de donner suite à cette recommandation, le premier ministre, sir Robert Peel, commence par s'assurer que les personnes les plus capables, sur lesquelles il jetait les yeux, se chargeraient volontiers du travail dont le sujet vient d'être indiqué.

» Ce soin préalable accompli, sir Robert Peel obtient des Lords de la Trésorerie, la nomination officielle d'une Commission ainsi composée :

» Pour président, l'amiral sir Byam Martin, qui fut longtemps directeur des travaux et de l'administration de la marine (navy office), et qui, pendant la guerre de l'Empire, avait pris part à des enquêtes célèbres.

» Viennent ensuite comme membres :

» Le lieutenant général sir Howard Douglas, ancien gouverneur des îles Ioniennes, et précédemment directeur de l'École supérieure d'État-Major, auteur d'écrits militaires justement estimés ;

» Le contre-amiral Deans Dundas, officier plein d'expérience;

» Sir William Symonds, inspecteur général des constructions navales, successeur du célèbre sir Robert Seppings;

» Deux capitaines de vaisseau, MM. John Washington et Fisher;

» Un colonel d'artillerie de terre, M. Colquhoun;

» Un colonel du génie militaire, M. Alderson ;

» Sir J.-H. Pelly, vice-président de la corporation navale de pilotage, connue sous le nom de *Trinity-House;*

» Et finalement, M. Walker, président de l'Institut des ingénieurs civils de la Grande-Bretagne, et digne de cet honneur par les travaux importants qu'il a dirigés.

» Voici maintenant le programme technique, donné par les Lords de la Trésorerie, à cette grande Commission, sur les objets qu'on jugeait devoir être pris immédiatement en considération:

« Déterminer, *premièrement,* s'il est à désirer qu'un port de refuge soit » construit dans le canal de la Manche, en ayant égard, d'une part, aux

» avantages publics qui sembleront devoir résulter d'une semblable entre-
» prise; de l'autre, à la dépense qu'exigera l'exécution des projets.

» *Secondement*, déterminer quel emplacement semblera le plus avanta-
» geux pour un port de ce genre, afin de réunir au plus haut degré les
» trois qualités suivantes :

» 1°. Que l'entrée soit facile à tous les instants de la marée, pour les na-
» vires que le mauvais temps pourrait mettre en danger;

» 2°. Que le port soit calculé pour servir de station à des bâtiments
» armés, dans une hypothèse de guerre, et puisse satisfaire à la fois aux
» desseins de *défense* et d'*attaque!*...

» 3°. Qu'il offre des moyens faciles de défense, en cas d'agression par
» un ennemi. »

» Ce n'est pas tout : si les Commissaires découvrent que toutes ces conditions ne peuvent pas être satisfaites par un seul port de refuge, dans le canal de la Manche, ils sont autorisés à développer leurs recherches en conséquence; puis à faire connaître les avantages propres aux diverses positions qu'ils croiront devoir recommander, en désignant celles qui leur semblent préférables....

» Ces instructions remarquables sont datées du 2 avril 1844.

» La Commission ainsi constituée s'est occupée, sans retard, de remplir sa mission; elle a visité les côtes et les ports anglais, dans toute l'étendue du canal de la Manche; elle a mis à contribution les lumières de tous les hommes spéciaux; elle a consulté les pilotes les plus expérimentés, les officiers de la croisière garde-côte, les ingénieurs les plus célèbres, tels que MM. Brunel et Rennie, les capitaines Samuel Brown et Vetch, de savants géologues tels que M. de la Bèche, président du bureau de la Carte géologique; M. Philipps, président de la Société économique de Géologie, etc.

» Dès le 7 août 1844, la Commission avait accompli sa tâche et présenté ses conclusions aux Lords de la Trésorerie. Enfin, le 6 mars 1845, en conséquence d'une adresse à ce sujet, le premier Lord de la Trésorerie présentait à la chambre des Communes le Rapport définitif des Commissaires.

» Je vais faire connaître, dans une analyse succincte, les principaux résultats de leur travail, considéré sous les points de vue de l'hydrographie et des arts nautiques.

» Au premier abord, on pourrait croire que la côte sud-ouest de l'Angleterre, libéralement pourvue par la nature et secondée depuis longtemps par l'industrie, offre en nombre suffisant des refuges qui ne laissent rien à désirer.

» Nous avons déjà cité Plymouth, auquel il faut ajouter Falmouth, situation la plus avancée vers l'occident. En revenant vers l'orient, nous trouvons successivement Dartmouth, Southampton, Portsmouth et la Tamise.

» Non-seulement ces principaux refuges n'ont pas semblé suffisants à la Commission, mais elle a jugé qu'il ne suffirait pas d'ajouter un grand port aux précédents ; elle demande des travaux et propose des dépenses pour quatre nouvelles positions que je ferai successivement connaître.

» Les Commissaires ont soumis à leur examen toute la côte comprise entre Falmouth et le port de Harwich, au nord de la Tamise et par delà le canal de la Manche.

» Ils ont fait vérifier de nouveau, par des sondages, si les profondeurs d'eau des principales stations maritimes, dans toute cette étendue des côtes, n'avaient pas varié depuis la publication des cartes marines les plus récentes. Tout ce travail s'est opéré sous l'habile direction, pour les ports de la partie orientale, du commandant [commander (1)] Seringham, et pour les ports de la partie occidentale, de M. John Washington, capitaine de vaisseau, membre de la Commission.

» La Commission a reçu d'ailleurs tous les secours que pouvaient leur prêter les Lords de l'Amirauté, et l'assistance éclairée du premier hydrographe de la marine royale, le capitaine Beaufort, correspondant de l'Académie.

» Elle s'est aidée des lumières des deux grandes Sociétés de Lloyd et des propriétaires de navires, sur le bon choix des stations navales, qui peuvent être ou devenir les meilleurs lieux de refuge.

» Une Commission spéciale, instituée en 1840 (cette époque est remarquable), accordait la préférence, pour créer de nouveaux ports de refuge, 1° à Douvres; 2° à Beachy-Head; 3° à Foreness, auprès de North-Foreland.

» Voici le programme particulier de la Commission de 1840 :

» Visiter la côte entre l'embouchure de la Tamise et Selsea-Bill; examiner les ports, en les considérant d'après l'abri qu'ils peuvent offrir aux navires qui franchissent le canal de la Manche, en cas de mauvais temps, et comme places de refuge pour des navires marchands que poursuivraient des croiseurs ennemis en temps de guerre ; *et plus particulièrement pour devenir des stations de bâtiments à vapeur armés en guerre*, afin de protéger le commerce britannique dans les parties étroites du canal.

---

(1) C'est le grade intermédiaire entre celui des capitaines et des lieutenants de vaisseau.

» Foreness, en avant de Margate, vers la pointe extrême de la côte méridionale de la Tamise, offre une belle position que la Commission de 1840 recommandait, mais en troisième ligne, pour un port de refuge; elle donnait la préférence à deux autres positions : 1° Douvres, 2° Beachy-Head.

» Foreness, à coup sûr, converti en port, offrirait souvent un ancrage très-convenable, soit pour les bâtiments de commerce qui débouchent de la Tamise, et qui sont surpris, à la hauteur de Foreland, par de forts coups de vent, soit pour les bâtiments qui reviennent en Angleterre, et qui sont arrêtés par des vents contraires.

» La nouvelle Commission fait remarquer que les mêmes avantages peuvent être obtenus bien plus amplement et plus convenablement par l'amélioration du port de Harwich, de l'autre côté de la Tamise, sur le point du littoral où commence la mer du Nord. En effet, ce port, qui sera la station naturelle d'une escadre de bateaux à vapeur armés en guerre, présentera le meilleur refuge pour les navires de commerce; en même temps que l'ancrage voisin, offert par la baie de Hollesley, recevra convenablement les vaisseaux de ligne.

» En conséquence, la position secondaire de Foreness ne semble pas devoir être choisie pour y créer un nouveau port de refuge.

» Cette conclusion est fortifiée par l'examen des progrès commerciaux du port de Ramsgate, extrêmement voisin de Foreness.

» Ramsgate n'était, en 1748, qu'une crique ou petite anse ouverte et sans importance; c'est, actuellement, un port assez spacieux pour recevoir un nombre considérable de navires. Voici les progrès de ce nombre :

Navires de commerce entrés annuellement dans le port de Ramsgate.

Années.		Nombre de navires.
1780	Temps de guerre...	29
1785	Temps de paix.....	215
1790	*Idem*.........	387
1841	*Idem*.........	1543
1842	*Idem*.........	1652

» Il y a quatre ans, les 31 plus gros navires entrés dans le port de Ramsgate jaugeaient chacun 457 tonneaux, valeur moyenne : tonnage supérieur à celui qu'ont les deux tiers des navires qui s'adonnent au commerce de la Grande-Bretagne avec l'étranger.

» En 1832, Ramsgate a compté simultanément jusqu'à 434 navires mouillés dans son port : si l'on ajoute, du côté de l'ouest, le nouveau bassin qu'on va construire, Ramsgate alors pourra recevoir à la fois plus de 600 navires.

» Sir John Pelly, vice-président de la corporation nautique de *Trinity-House*, avait proposé de choisir, pour en faire un port de refuge, entre Ramsgate et l'embouchure de la Tamise, le mouillage connu sous le nom de *Brake* ou des *Petites-Dunes*. Il présentait, à l'appui, des plans dus à sir John Rennie, le second fils du célèbre ingénieur dont j'ai décrit les travaux, à Plymouth, à Sherness, à Londres, etc.

» Sir John Rennie junior proposa d'ériger, sur la crête du banc longitudinal en arrière duquel se trouve le mouillage des Petites-Dunes, un brise-lame ou jetée analogue à celle de Cherbourg, mais devant s'élever seulement à 60 centimètres au-dessus des plus hautes eaux. Son projet comporterait une dépense de 80 millions, y compris le curage nécessaire pour approfondir un mouillage projeté, qui n'aurait pas eu moins de 5 milles de longueur (9 260 mètres).

» Dans l'hypothèse où l'on serait effrayé d'une aussi grande dépense, sir John Rennie réduirait à 1500 yards (1 372 mètres) la longueur projetée; alors la dépense ne serait plus que de 850 000 livres sterling, c'est-à-dire à peu près 21 300 000 francs.

» Enfin, sir John Rennie proposait entre ces deux plans extrêmes, un troisième projet, dont la dépense aurait été de 30 millions de francs.

» Parmi les raisons contraires à l'adoption de tous ces plans et de plusieurs autres proposés par le capitaine Vetch et par sir Samuel Brown, il faut citer l'objection la plus puissante.

» Un des officiers de marine employés à l'hydrographie des côtes d'Angleterre a trouvé que le banc de sable appelé le *Brake* s'était rapproché d'environ 640 mètres (1) vers la terre. Aussitôt que la corporation du pilotage, dite *Trinity-House*, eut connaissance de ce fait, elle changea la position de ses bouées du midi et du milieu, sur le banc du Brake; en même temps, elle fit connaître à tous les navigateurs, par un avertissement public, ce changement si remarquable.

» La Commission de 1840 avait déjà rejeté le projet de construire un port aux Petites-Dunes. La Commission de 1844 arrive à la même conclusion; elle s'appuie sur un dernier motif : c'est qu'un port placé dans cette position ne pourrait servir qu'aux navires ayant déjà franchi tous les périls de la partie étroite du canal de la Manche, ou qu'à des navires débouchant de la Tamise pour commencer leurs voyages du côté du midi.

» Appuyés sur ces motifs, les Commissaires rejettent la construction extrê-

---

(1) 700 yards.

mement dispendieuse d'un port de refuge aux Petites-Dunes; ils se fortifient dans cette détermination, en considérant, d'ailleurs, que les Dunes, dans leur état actuel, offrent un havre excellent. Ce havre est adjacent, pour ainsi dire, au port de Ramsgate, lequel est déjà susceptible de contenir à la fois 400 navires : port qu'on va rendre capable d'en contenir 600, et même davantage.

» En avançant toujours du nord au midi, les Commissaires arrivent à la position la plus importante, à celle qu'ils vont préférer. C'est la position de *Douvres*, point à la fois le plus proche et le plus menaçant pour la France.

» J'ai signalé, dans mes ouvrages sur la force militaire et la force navale de la Grande-Bretagne (1), la haute importance de Douvres pour l'une et l'autre de ces forces, et les travaux considérables, soit du port marchand, soit des fortifications de cette ville.

» Depuis la publication de mes premières descriptions, Douvres est devenu plus précieux encore par la tête du chemin de fer qui va de Londres à ce port, et qui s'embranche avec d'autres lignes. En deux heures de temps, des corps de troupes, des équipages de marins, des munitions navales et tout un train d'artillerie peuvent être convoyés à Douvres, en partant de Londres, de Deptford, de Woolwich et de Portsmouth.

» Douvres possède un bassin d'asséchement propre aux radoubs des navires de commerce, un grand développement de larges quais, et des magasins spacieux. Outre l'avant-bassin, le bassin à flot a plus de 2 $\frac{1}{2}$ hectares de superficie, et l'on travaille à doubler cet espace. On compte encore un troisième bassin (appelé *the Pent*), qui pourrait être mis en état de recevoir un grand nombre de sloops de guerre et de bricks-canonniers; bassin qu'on s'occupe aujourd'hui d'améliorer considérablement.

» Lorsque le célèbre Pitt soutenait une lutte mortelle entre l'Angleterre et la France, il souhaitait vivement établir une rade fermée en avant du port de Douvres : il avait fait préparer des plans pour cet objet : le département de l'Ordonnance les a retrouvés dans ses Archives, et les a communiqués à la Commission dont j'examine les travaux.

» Deux ordres d'objections ont été présentés contre la reprise de ce projet. On a prétendu : 1° que le fond de la rade tend sans cesse à s'exhausser par le dépôt des alluvions; 2° que la tenue de l'ancrage est mauvaise.

» Pour vérifier cette dernière objection, le capitaine Washington a dirigé

---

(1) *Voyage dans la Grande-Bretagne :* 1re partie. *Force militaire,* 2 vol. in-4°; 2e partie. *Force navale,* 2 vol. in-4°, avec atlas pour chaque partie.

des expériences qu'on a trouvées concluantes, en faisant mouiller sans interruption dans la rade, un bâtiment à vapeur de 500 tonneaux, et du pouvoir de 120 chevaux. Après avoir jeté l'ancre dans les positions les plus essentielles de la rade, on a, sur le câble suffisamment filé, fait agir à toute vapeur la force de la machine, sans que cette action puissante ait pu faire déraper l'ancre. Aucune action du vent sur un bâtiment à sec de voiles ne pourrait égaler une pareille impulsion. Cette expérience devra paraître concluante en faveur de la bonté du mouillage dans la rade de Douvres.

» Pour savoir ce qu'on peut craindre du dépôt des eaux en avant du port actuel de Douvres, on a pris des échantillons de ces eaux à divers moments des plus grandes marées, en faisant choix de temps calmes.

Première prise des eaux, 2 juillet 1844.

MOMENT ET LIEU de la prise des eaux.		HAUTEUR des eaux de la rade au point où l'on a puisé.	MATIÈRES étrangères en dépôt par pied cube.
		pieds.	grains.
1°. De basse mer : à la surface de la mer		42	10,21
2°. A demi-marée montante.	à la surface	51	13,20
	à 9 pieds au-dessous	42	6,00
3°. De haute mer	à la surface	60	3,43
	à 9 pieds au-dessous	51	7,21
	à 18 pieds au-dessous	42	11,53
4°. A demi-marée descendante	à la surface	51	6,38
	à 9 pieds au-dessous	42	6,92
Matière étrangère suspendue par pied cubique d'eau marine, en avant de Douvres, quantité moyenne			grains. 8,11

» M. Philipps, président de la Société économique de Géologie, chargé d'opérer ces analyses, en fait contraster les résultats avec ceux qu'on a trouvés, pour la Tamise, lorsqu'il n'y avait pas d'alluvions pluviales, et que les eaux étaient limpides.

Quantités de matières en suspension dans les eaux calmes et limpides de la Tamise.

	grains.
A Brentford........	1,75
A Hammersmith....	1,83
A Chelsea..........	4,15
Quantité moyenne...	2,58

Seconde prise des eaux en avant de Douvres, 17 juillet 1844.

MOMENT ET LIEU de la prise des eaux.	PROFONDEUR totale au-dessous du point où l'on puisait l'eau.	MATIÈRE suspendue dans un mètre cube d'eau.
	pieds.	
Basse mer, à la surface..........................	42	10,26
Demi-marée montante, 9 pieds au-dessous de la surface.	42	51,29
Haute mer, à la surface..........................	60	24,10
à 9 pieds au-dessous de la surface......	51	22,28
à 18 pieds au-dessous de la surface......	42	53,76
Demi-marée descendante, à la surface...............	51	30,93

Examen des matières en suspension : proportions.

Sable..................................	52
Chaux avec un peu d'argile et d'oxyde de fer.	24
Matières végétales........................	24
	100

» La Commission ne s'est pas contentée des expériences que nous venons de rapporter; elle en demande de nouvelles pour déterminer les quantités de matière tenues en suspension par les courants de marée sur la côte de Douvres, et sujettes à se déposer. Elle demande que ces expériences soient continuées, pendant une année entière, sous la direction supérieure du conseil d'Amirauté.

» Dès à présent, voici la conclusion des Commissaires en faveur de Douvres, conclusion prise à l'unanimité, moins la voix de M. Symonds :

« Douvres, à $4\frac{1}{2}$ milles des bancs de Goodwin (*Goodwin sands*), favora-
» blement situé pour protéger la navigation du détroit, est la station natu-
» relle d'une division de bâtiments de guerre; son importance, sous le point
» de vue militaire, est indubitable. De plus, la construction d'un port de

» refuge en cet endroit *est indispensable,* afin de procurer à Douvres cette
» efficacité d'une station navale, nécessaire pour donner la sécurité à cette
» partie de la côte et protéger le commerce. »

» Lorsqu'on part de Douvres pour longer vers l'ouest la côte méridionale de l'Angleterre, le premier cap avancé qui se présente, à 28 milles de distance, offre une position remarquable, sur laquelle s'est arrêtée l'attention des Commissaires.

» Le cap de *Dungeness* est protégé par un fort construit vers sa pointe, en arrière du phare, et par quatre batteries de côte, deux à l'est et deux à l'ouest.

» Ce cap offre une formation singulière de *shingles,* galets, répandus sur un espace de plusieurs milles, s'avançant dans le canal de la Manche, et terminé par une eau profonde, tout près de chacune des extrémités de ce banc.

» Ce banc, en avant de la pointe de Dungeness, s'est avancé considérablement dans la mer, depuis l'érection du phare actuel, en 1792. A cette époque, lors des basses mers, la laisse de l'eau n'était qu'à 100 yards de la tour qui porte la lumière, elle en est maintenant à 190 yards; ce qui fait 90 yards de prolongement en un demi-siècle. Les Commissaires demandent qu'il soit fait des observations régulières pour connaître la progression annuelle du bas-fond, en avant du phare de Dungeness.

» Les deux baies à l'ouest et à l'est de ce cap offrent un ancrage excellent. On a vu mouillés en même temps plus de trois cents navires dans la baie orientale, et plus de cent navires dans la baie occidentale, suivant les vents qui forçaient de préférer l'un ou l'autre lieu de refuge.

» Le seul inconvénient d'un aussi bon mouillage est de ne pas posséder à proximité, comme Douvres, Seaford et Portland, l'avantage d'un port intérieur.

» Cet inconvénient, joint à la distance très-courte de Dungeness à Douvres, sont les causes déterminantes pour lesquelles on ne propose de fonder aucun grand ouvrage d'art à Dungeness. Lorsque la nature, disent avec raison les Commissaires, présente un aussi sûr, un aussi commode abri, ce sera toujours un sujet de sérieuses réflexions de savoir à propos être satisfait, avec ce que déjà l'on trouve bien, pour se ménager les moyens de procurer à d'autres lieux, d'une importance reconnue quant à leur situation, le secours artificiel qui peut leur faire acquérir les qualités d'un mouillage sûr et tranquille.

» Ces motifs ont fait écarter le projet d'un brise-lame propre à couvrir le mouillage oriental de Dungeness.

» A partir du cap de ce nom, toujours en avançant à l'ouest, la côte est de nouveau rentrante et forme un arc peu prononcé, vers le milieu duquel s'élève la célèbre position de Hastings; l'extrémité de l'arc est marquée par le cap *Beachy* (*Beachy-Head*).

» A l'est de ce cap est la baie d'*Est-Bourne*; à l'ouest se trouvent successivement *Seaford* et *New-Haven*.

» La baie d'Est-Bourne est protégée par une suite de tours Martello, bâties lors des préparatifs de l'Angleterre contre notre expédition de Boulogne; elles touchent à la laisse des plus hautes mers, afin d'agir d'autant mieux contre un débarquement très-possible dans ces parages, ainsi que l'a prouvé non loin de là Guillaume le Conquérant.

» En avant de la baie d'Est-Bourne, se trouvent des bas-fonds fort irréguliers; on les a sondés avec un soin particulier. Le résultat de cette opération a détourné les Commissaires de l'idée d'ériger un brise-lame qui couvrirait un espace de trop peu d'étendue pour compenser la dépense nécessaire.

» Ils ont porté toute leur attention de l'autre côté du cap, à *Seaford*: là se présente un magnifique mouillage, qui se trouve heureusement à la même distance de Douvres et de Portsmouth. Telle est la position intermédiaire pour laquelle la Commission ne craint pas de proposer au Gouvernement un grand ouvrage d'art.

» Elle demande que, dans une direction du N.-N.-O. au S.-S.-E., on construise un brise-lame ou jetée ayant un mille marin de longueur (1 852 mètres), et qui soit un peu rentré vers chaque extrémité par un pan brisé rectiligne.

» On érigerait cette jetée sur un fond, présentant vers le milieu 41 pieds anglais ($12^{m},50$) de profondeur, mais un peu moins vers les extrémités.

» Derrière cette longue jetée, des vaisseaux du premier rang trouveraient une profondeur d'eau plus que suffisante; en se rapprochant de la terre, on trouverait un très-vaste espace pour des navires marchands de toutes grandeurs.

» Cette position formidable menacerait à la fois tous les ports français, depuis Boulogne jusqu'au Havre.

Distances du port de refuge et d'agression de Seaford:

A Boulogne.	52 milles,	ou 96 kilomètres.
A l'embouchure de la Somme.. .	60 milles,	ou 111 kilomètres.
A Dieppe.	60 milles,	ou 111 kilomètres.
A Fécamp..	60 milles,	ou 111 kilomètres.
Au cap en avant du Havre.. . .	72 milles,	ou 133 kilomètres.

» Ce port trouvera sans doute des inconvénients à n'être pas assez bien protégé par le cap Barrow, du côté du N.-O., dont les vents règnent, surtout dans la mauvaise saison; mais cette objection n'est pas prédominante aux yeux des Commissaires. Ils prennent en considération le voisinage du port intérieur de New-Haven, et n'hésitent pas à proposer, pour une localité si précieuse, une dépense de *trente millions de francs*.

» Ajoutons qu'à vol d'oiseau, la distance de Seaford à Londres est seulement de 40 kilomètres, et qu'on pourrait, au moyen du chemin de fer entre Londres et Brighton, par un facile embranchement, arriver de la capitale à Seaford *en moins de deux heures*.

» New-Haven, dont je viens de parler, est un bon port de marée. On pourra, d'ailleurs, l'améliorer, on pourra plus tard le couvrir par un brise-lame qui partirait du cap Barrow, pour s'avancer jusqu'au point où l'on trouve encore 5 à 6 mètres d'eau lors des basses mers d'équinoxe. En même temps on prolongerait les jetées qui forment l'entrée du port intérieur, entrée qu'on élargirait et qu'on approfondirait par un curage. Mais, comme cette entrée ne peut pas être rendue accessible aux navires dans tous les moments de la marée, New-Haven est, par cela même, en dehors du cercle des positions navales au sujet desquelles la Commission peut faire des propositions.

» De Seaford à Portsmouth, la marine britannique n'aura plus rien à désirer; il faut passer outre, et faire 60 milles à l'ouest, pour arriver à la magnifique position de *Portland*.

» L'île de Portland abrite et défend, du côté de l'ouest et du sud, la vaste rade de ce nom, ouverte du côté de l'est.

» Cette rade est contiguë à celle de Weymouth, qui regarde le midi. La Commission propose de construire une jetée qui couvrirait, au sud-est, la rade de Portland. Cette jetée, qui s'étendrait dans une longueur de $\frac{5}{4}$ de mille (2315 mètres), avec un passage assez rapproché de la terre, dans un endroit dont la profondeur ne serait pas moindre de 42 pieds anglais, ou $12^{m},80$.

» On évalue cette dépense à 12 millions 600 mille francs.

» On sera peut-être étonné qu'avec une aussi grande profondeur d'eau, une jetée de cette longueur puisse être construite pour moins de 13 millions; mais à Portland, tout rend la construction d'une jetée économique et facile.

» Il faut remarquer, en effet, que l'île de Portland présente des carrières inépuisables, dont une grande partie appartient à l'État, et seront pour ainsi dire à pied-d'œuvre de la jetée pour fournir la pierre et la chaux.

» L'île abonde en sources d'eau douce, qui suffiront à l'aiguade pour tous les bâtiments mouillés dans la rade.

» Enfin cette rade offre l'avantage d'un port intérieur à Weymouth; il est formé par l'embouchure de la Wey, ainsi que l'indique le nom de cette ville.

» Tel est l'ensemble de travaux que la Commission propose dans cette localité. Une division navale en station à Portland aura sous sa protection, conjointement avec la station de Dartmouth, tous les points intermédiaires.

» Ces deux positions compléteront, avec Plymouth, la chaîne de communication, de coopération et de protection entre Douvres et Falmouth, dans une étendue de 300 milles marins ou 556 kilomètres.

» En dehors de cette vaste ligne, et pour la prolonger vers le nord, au delà du détroit de la Manche, on propose, pour la rade de *Harwich*, des améliorations nouvelles.

» Deux rivières, la Stour et l'Orwell, confondent leurs eaux immédiatement en amont de la ville de Harwich; le prolongement de leur cours forme un croissant autour de cette ville, avant de déboucher dans la mer. Pour resserrer cette embouchure, et pour la transformer en rade fermée, on propose d'exécuter, à partir de la terre sur le côté de Harwich, une jetée d'un demi-mille de longueur.

» On couvrirait ainsi l'une des plus belles rades que possède le littoral de la Grande-Bretagne, une rade ayant un fond excellent, avec une profondeur d'eau suffisante pour des vaisseaux de tous rangs, et pouvant contenir un très-grand nombre de navires marchands. Une escadre, destinée soit à surveiller la mer du Nord, soit à protéger l'entrée de la Tamise, serait admirablement placée dans la station de Harwich.

» Ajoutons que cette rade est la seule qui soit sûre le long de la côte occidentale de l'Angleterre. Elle est placée sur la route directe du commerce de la Tamise, tant avec les ports septentrionaux de la Grande-Bretagne, qu'avec le nord de l'Europe.

» Harwich possède déjà des calles, constructions navales qui sont la propriété de l'État; le département de l'artillerie et du génie possède aussi dans cette localité de vastes terrains et des établissements.

» Je supprime des détails sur la détérioration du mouillage de Harwich depuis un quart de siècle, par des excavations imprudentes faites au cap qui protégeait l'entrée du côté de l'ouest, détérioration que les travaux proposés auraient pour objet de faire cesser.

» On creuserait le chenal qui conduit au mouillage jusqu'à 18 pieds (5^m,50) au-dessous des plus basses eaux.

» Voici maintenant le résumé des propositions dont nous venons d'exposer fidèlement les motifs spéciaux.

» Avant tout, on propose de construire à Douvres un port de refuge complétement clos par des jetées, avec deux entrées: l'une à l'est, large de 150 pieds (45^m,72); l'autre au midi, large de 700 pieds (213^m,36). Ce port aura de superficie, à mer basse, 520 acres ou 210 hectares; il aura 150 hectares jaugeant encore 12 pieds d'eau (3^m,66), au minimum.

« Profondément convaincus, disent les Commissaires, qu'il est indispen-
» sable de procurer sans retard un ancrage abrité dans la baie de Douvres,
» nous osons solliciter avec urgence l'attention des Lords de la Trésorerie pour
» commencer immédiatement les travaux, en bâtissant d'abord la jetée qui
» part à l'ouest de l'entrée du port de Douvres. Cette première jetée, qui
» couvre la baie du côté de l'ouest, assurera la tranquillité des eaux de la
» baie contre les vents de cette région; elle arrêtera les alluvions qui s'avan-
» cent du côté de l'occident; elle facilitera le reste des travaux, quel qu'en
» soit le plan définitif.

» Pendant que l'on construira cette jetée occidentale, on achèvera les ex-
» périences demandées sur le dépôt des matières en suspension dans les eaux
» de la baie et sur le mouvement des alluvions. Ces expériences permettront
» d'arrêter définitivement le meilleur plan du port extérieur, et la meilleure
» dimension des entrées. »

» Le brise-lame ou jetée proposé pour Seaford devra protéger un mouillage de 300 acres ou 120 hectares.

» Le brise-lame de Portland devra protéger un mouillage d'environ 480 hectares.

» Relativement à la succession des travaux, s'il n'est pas possible d'entreprendre à la fois les trois brise-lames, la Commission demande :

» En premier lieu, Douvres;

» En second lieu, Portland;

» En dernier lieu, Seaford.

» A l'égard de la dépense, elle propose hardiment les chiffres suivants :

	Livres sterling.		Francs.
Pour Douvres.	2500000	ou	63 millions
Pour Seaford.	1250000	ou	32 millions
Pour Portland.	500000	ou	13 millions
Total.			108 millions

» Loin d'être surpris de la grandeur de cette dépense présumée, on la

trouvera probablement au-dessous de la réalité, lorsqu'on arrêtera la pensée sur ce simple fait :

» Si l'on suppose que les jetées ou brise-lames ci-dessus désignées soient mises à la suite les unes des autres, la longueur totale égalera trois fois la longueur de notre grande jetée de Cherbourg!...

» A l'égard des moyens de construction, les Commissaires, profitant de l'expérience acquise par les Français pour les jetées de Cherbourg et d'Alger, déclarent qu'ils préfèrent, à des jetées en pierres perdues, des jetées en maçonnerie.

» A l'égard de la protection des ports de refuge par des travaux défensifs, à terre, déjà ceux de Douvres et de Seaford sont munis des ouvrages nécessaires.

» La rade de Portland est dominée de la manière la plus avantageuse par l'île de Portland, sur laquelle il sera facile d'ériger les fortifications et les batteries qu'exigera la défense.

» Après avoir achevé l'exposition de leur examen raisonné et de leurs propositions, les Commissaires concluent ainsi définitivement :

« La Commission ne peut pas terminer son Rapport sans exprimer, dans les » termes les plus forts, son opinion unanime et sa profonde conviction, qu'il » est indispensable d'adopter des mesures qui procurent, à la frontière sud- » est du royaume, une protection navale puissante.

» Sans aucune exception, les ports de marée, situés sur la côte entre » Portsmouth et la Tamise, sont incapables de recevoir de grands navires à » vapeur. Par conséquent, aujourd'hui que la vapeur introduit de si grands » changements dans la situation des affaires navales, c'est une impérieuse né- » cessité de suppléer, par des moyens artificiels, au manque de ports conve- » nables dans la partie étroite du canal de la Manche.

» Une carte hydrographique montre les positions où, d'après nos propo- » sitions, des ports, des mouillages fermés, bien protégés, offriront un refuge » à nos navires de commerce.

» Par de tels moyens, ajoutés à l'emploi de la vapeur à la mer, avec des » chemins de fer et des communications télégraphiques par terre, la force » navale et la force militaire de la Grande-Bretagne peuvent en quelques » heures être portées au plus haut degré d'efficacité, sur chacun des points » de la côte.

» Les propositions que nous avons pensé devoir soumettre à Vos Seigneu- » ries (les Lords de la Trésorerie), pour être réalisées, demanderont un grand » déboursé des fonds publics. Mais lorsque la vie, la propriété des citoyens

» et la sécurité nationale sont les intérêts mis en jeu, nous ne pensons pas » qu'on doive permettre *à des considérations d'argent* d'empêcher la réa- » lisation de résultats d'une si vaste importance. »

» La carte générale à laquelle les Commissaires font allusion dans leurs conclusions présente une série de distances qui frappera certainement tout observateur attentif. Les voici rapportées suivant leur position, en allant d'occident en orient, en milles géographiques de 60 au degré :

De Falmouth à Plymouth, *premier centre de protection et d'agression*. . . . 38 milles;
De Plymouth à l'île de Guernesey (possession anglaise) à l'entrée du golfe de Saint-Malo. . . . . 78 milles;
De Plymouth à Dartmouth. . . . . 30 milles;
De Dartmouth à Portland, *second centre important de protection et d'agression*. . . . . 45 milles;
De Portland à l'île anglo-normande de Guernesey. . . . . 60 milles;
De Portland à Alderney, seconde île anglo-normande. . . . . 48 milles;
(Alderney se trouve à 20 milles de Cherbourg).
De Portland à Portsmouth en passant au large de l'île de Wight. . . . . . 60 milles;
De Portsmouth, *troisième centre de protection et d'agression*, à Alderney. . 87 milles;
De Portsmouth à Seaford, *quatrième centre de protection et d'agression*. . . 58 milles;
De Seaford, en doublant Beachy-Head, jusqu'à Douvres, *cinquième centre de protection et d'agression*. . . . . 51 milles;
De Douvres, en pénétrant dans la Tamise, jusqu'au mouillage du *Nore*, devant l'arsenal naval de Sherness, *sixième centre de protection et d'agression*. . . . . 50 milles;
De Douvres à Harwich, au delà de la Tamise, *septième centre de protection et d'agression*. . . . . 55 milles.

» On remarquera certainement combien les centres de protection et d'agression se multiplient, et je dirais presque s'entassent, à mesure que la côte d'Angleterre devient plus voisine de la France. De Portsmouth au port de Harwich, dans une étendue de 32 myriamètres seulement, on se propose de créer, par évaluation d'*avant-projets*, pour 96 millions de travaux à la mer. Il y aura cinq grands centres de protection, pouvant recevoir cinq armées navales, et servir de points de départ à cinq expéditions de puissants navires de vapeur : expéditions dont la plus éloignée pourra se précipiter *en sept heures* sur les côtes de France, et la plus rapprochée *en une heure et demie*. Cet ensemble de travaux exercera son influence, pour ne pas dire son empire, sur cent cinquante lieues de notre littoral, depuis Dunkerque jusqu'à la baie de Saint-Malo.

» Nous terminerons ce Mémoire en faisant observer que, sur ce vaste dé-

veloppement de rivages découverts, la France ne possède qu'un grand centre de protection: c'est Cherbourg.

» Sous le beau règne de Louis XIV, un membre illustre de l'Académie des Sciences, un grand citoyen, qui n'a laissé sans pratique aucun genre de services qu'il pût rendre à sa patrie, le maréchal de Vauban, avait su nous donner à Mardyck, auprès de Dunkerque, un premier centre de protection, qui fut détruit, non par la guerre, mais par la paix, en signant un traité honteux, qui caractérisa la décadence de Louis XV.

» Je m'estimerais le plus heureux des hommes si je pouvais espérer que ce Mémoire ne sera pas sans influence pour qu'à notre époque, suivant l'exemple d'un grand règne, et réveillés par l'initiative infatigable de nos rivaux, nous nous occupions avec zèle des moyens propres à nous donner des centres suffisants de protection, pour nos navires marchands et nos cités maritimes, depuis Dunkerque jusqu'à Cherbourg. C'est une question vitale, et pour le commerce paisible, et pour le salut du pays; une question à laquelle il faut faire concourir, afin de la bien résoudre, les sciences et les arts du civil, du militaire et de la marine.

» Appelons à notre secours l'hydrographie, l'art nautique, les constructions hydrauliques, le tracé des chemins de fer et la télégraphie électrique, afin que de Paris, aussi rapidement que de Londres, les avis salutaires et les commandements d'agir, transmis en temps opportun, trouvent, à des distances suffisamment rapprochées, les lieux de protection et les foyers de rayonnement, tels que peuvent les réclamer la sécurité de nos côtes et l'honneur de notre patrie. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur diverses propriétés remarquables des substitutions régulières ou irrégulières, et des systèmes de substitutions conjuguées; par* M. **Augustin Cauchy**. (Suite.)

§ Ier. — *Sur le dénombrement des substitutions diverses qui n'altèrent pas une fonction transitive de plusieurs variables indépendantes.*

« Soient

Ω une fonction de n variables indépendantes x, y, z, ...;
M le nombre des valeurs égales de Ω;
m le nombre de ses valeurs distinctes.

» Soient encore

$$1,\ P,\ Q,\ R,\ldots \tag{1}$$

le système des substitutions conjuguées qui n'altèrent pas la valeur de Ω, et H_r le nombre de celles qui déplacent r variables. La substitution 1, qui forme le premier terme de la série (1), sera la seule qui ne déplace aucune variable, et toute substitution, distincte de l'unité, déplacera tout au moins deux variables à la fois. On aura donc

$$H_0 = 1, \quad H_1 = 0.$$

Si d'ailleurs Ω est une fonction transitive de n, de $n-1$, etc., et même de $n-l+1$ variables; alors, comme on l'a vu dans le précédent article, les diverses valeurs de H_r, représentées par

$$H_n, \; H_{n-1}, \; H_{n-2}, \ldots, H_2,$$

vérifieront les formules

$$(2)\quad \begin{cases} M = H_n + H_{n-1} + H_{n-2} + \ldots + H_2 + 1, \\ M = H_{n-1} + 2H_{n-2} + \ldots + (n-2)H_2 + n, \\ M = 1.2H_{n-2} + \ldots + (n-3)(n-2)H_2 + (n-1)n, \\ \text{etc.}, \\ M = 1.2.3\ldots l H_{n-l} + \ldots + (n-l+1)\ldots(n-1)n. \end{cases}$$

Supposons maintenant que l'on désigne par e_n la somme des $n+1$ premiers termes du développement de e^{-1}, et par $[n]_r$ la somme des $r+1$ premiers termes du développement de $(1-1)^n$, n, r étant des nombres entiers quelconques, en sorte qu'on ait

$$(3)\quad e_n = 1 - \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} - \frac{1}{1.2.3} + \ldots + \frac{(-1)^n}{1.2.3\ldots n},$$

et

$$(4)\quad [n]_r = 1 - \frac{n}{1} + \frac{n(n-1)}{1.2} - \ldots + (-1)^r \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{1.2\ldots r}.$$

On trouvera successivement

$$(5)\quad e_0 = 1, \quad e_1 = 0, \quad e_2 = \tfrac{1}{2}, \quad e_3 = \tfrac{1}{3}, \quad e_4 = \tfrac{3}{8}, \quad e_5 = \tfrac{11}{30}, \text{ etc.}$$

De plus, on aura, 1° pour $n =$ ou $< r$,

$$(6)\quad [n]_r = 0;$$

2° pour $n > r$,

$$[n]_r + (-1)^n [n]_{n-r-1} = 0; \tag{7}$$

et, en ayant égard à la formule (7), on trouvera

$$\left\{\begin{array}{ll} [n]_0 = 1, & [n]_{n-1} = -(-1)^n, \\ [n]_1 = 1 - \frac{n}{1}, & [n]_{n-2} = -(-1)^n\left(1 - \frac{n}{1}\right), \\ [n]_2 = 1 - \frac{n}{1} + \frac{n(n-1)}{1.2}, & [n]_{n-3} = -(-1)^n\left(1 - \frac{n}{1} + \frac{n(n-1)}{1.2}\right), \\ \text{etc.} & \text{etc.} \end{array}\right. \tag{8}$$

Cela posé, si l'on combine entre elles, par voie d'addition, les formules (2), respectivement multipliées par les divers termes

$$1, \quad -1, \quad +\frac{1}{1.2}, \quad -\frac{1}{1.2.3}, \text{ etc.},$$

du développement de e^{-1}, on trouvera

$$\left\{\begin{array}{c} Me_l = H_n \\ + [l+1]_l H_{n-l-1} + [l+2]_l H_{n-l-2} + \ldots + [n-2]_l H_2 + [n]_l; \end{array}\right. \tag{9}$$

et, si l'on applique le même calcul, non plus au système des équations (2), mais seulement à celles qui restent, quand on a effacé, ou la première équation, ou les deux premières, ou les trois premières, etc., on obtiendra des équations nouvelles qui seront comprises, avec l'équation (9), dans la formule générale

$$\left\{\begin{array}{c} Me_{l-r} = 1.2\ldots r H_{n-r} \\ (l+1)\ldots(l-r+2)[l-r+1]_{l-r} H_{n-l-1} + (l+2)\ldots(l-r+3)[l-r+2]_{l-r} H_{n-l-2} + \ldots \\ \ldots + (n-2)\ldots(n-r-1)[n-r-2]_{l-r} H_2 + n(n-1)\ldots(n-r+1)[n-r]_{l-r}, \end{array}\right. \tag{10}$$

r étant l'un quelconque des nombres entiers

$$0, \; 1, \; 2, \; 3, \ldots, l.$$

Donc, en désignant par r un de ces nombres, on aura généralement

$$(11)\left\{\begin{array}{l} H_{n-r} = \dfrac{M}{1.2\ldots r} e_{l-r} \\ -\dfrac{(l+1)\ldots(l-r+2)}{1.2\ldots r}[l-r+1]_{l-r}H_{n-l-1} - \dfrac{(l+2)\ldots(l-r+3)}{1.2\ldots r}[l-r+2]_{l-r}H_{n-l-2}\ldots \\ \ldots - \dfrac{(n-2)\ldots(n-r+1)}{1.2\ldots r}[n-r-2]_{l-r}H_2 - \dfrac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{1.2\ldots r}[n-r]_{l-r}. \end{array}\right.$$

Il en résulte qu'on pourra exprimer généralement

$$H_n,\quad H_{n-1},\quad H_{n-2},\ldots,H_{n-l}$$

en fonction de M et de

$$H_{n-l-1},\quad H_{n-l-2},\ldots,H_2.$$

» Il est bon d'observer que, dans le second membre de la formule (11), tous les termes qui suivent le premier seront évidemment des nombres entiers. J'ajoute qu'on pourra en dire autant du premier terme représenté par le produit

$$\frac{M}{1.2\ldots r} e_{l-r}.$$

En effet, Ω étant, par hypothèse, une fonction transitive de n, de $n-1,\ldots$, et même de $n-l+1$ variables, si l'on nomme $\mathfrak{M}$ le nombre des valeurs égales de Ω considéré comme fonction de $n-l$ variables, on aura

$$M = n(n-1)\ldots(n-l+1)\mathfrak{M},$$

et, par suite,

$$(12)\qquad \frac{M}{1.2\ldots r} e_{l-r} = \frac{n(n-1)\ldots(n-l+1)}{1.2\ldots r} e_{l-r}\,\mathfrak{M}.$$

Or, en vertu de la formule (3), le produit

$$1.2\ldots(l-r)\, e_{l-r}$$

sera certainement un nombre entier, et il est clair que, pour obtenir le second membre de la formule (16), il suffira de multiplier ce produit 1° par le facteur entier $\mathfrak{M}$; 2° par le rapport

$$\frac{n(n-1)\ldots(n-l+1)}{(1.2\ldots r)[1.2\ldots](l-r)]},$$

qui est lui-même un nombre entier, puisqu'il représente le coefficient du produit

$$s^r t^{l-r},$$

dans le développement de l'expression

$$(1 + s + t)^n.$$

Ainsi, comme on devait s'y attendre, la formule (11) fournira toujours une valeur entière de H_{n-r}.

» Observons encore que, dans le second membre de la formule (4), les divers termes, alternativement positifs et négatifs offrent des valeurs numériques toujours croissantes lorsque r ne surpasse pas $\frac{n}{2}$. Il en résulte que, dans le cas où l'on a

$$r = \text{ ou } < \frac{n}{2},$$

la valeur de $[n]_r$ est toujours positive pour des valeurs paires de r, et toujours négative pour des valeurs impaires de r.

» Si, dans la formule (11), on pose successivement $r = l$, puis $r = l - 1$, on obtiendra les deux suivantes :

$$(13)\quad \left\{ \begin{aligned} H_{n-l} &= \frac{\mathrm{M}}{1.2\ldots l} - \frac{(l+1)\ldots 3.2}{1.2\ldots l} H_{n-l-1} - \ldots \\ &\quad - \frac{(n-2)\ldots(n-l-1)}{1.2\ldots l} H_2 - \frac{n(n-1)\ldots(n-l+1)}{1.2\ldots l}, \end{aligned} \right.$$

$$(14)\quad \left\{ \begin{aligned} H_{n-l+1} &= \frac{(l+1)\ldots 4.3}{1.2\ldots(l-1)} H_{n-l-1} + \frac{(l+2)\ldots 5.4}{1.2\ldots(l-1)} 2H_{n-l-2} + \ldots \\ &\quad + \frac{(n-1)\ldots(n-l)}{1.2\ldots(l-1)}(n-l-2) H_2 + \frac{n(n-1)\ldots(n-l+2)}{1.2\ldots(l-1)}(n-l). \end{aligned} \right.$$

Si, dans la formule (14), on pose $l = 1$, on devra y remplacer par l'unité chacun des produits

$$1.2\ldots(l-1) = \frac{1.2\ldots l}{l}, \qquad 3.4\ldots(l+1) = \frac{1.2\ldots(l+1)}{1.2}, \text{ etc.},$$

et l'on obtiendra l'équation

$$(15)\qquad H_n = H_{n-2} + 2H_{n-3} + \ldots + (n-3) H_2 + n - 1,$$

que l'on peut établir directement en combinant entre elles, par voie de soustraction, la première et la seconde des formules (2). D'ailleurs, comme on aura toujours, en vertu de la formule (13),

$$(16) \qquad H_{n-l+1} = \text{ou} > \frac{n(n-1)\ldots(n-l+2)}{1.2\ldots(l-1)}(n-l),$$

et, en vertu de la formule (15),

$$(17) \qquad H_n = \text{ou} > n-1,$$

il en résulte qu'on peut énoncer les propositions suivantes :

» 1er *Théorème.* Si Ω est une fonction transitive de n, de $n-1$, etc., et même de $n-l+1$ variables, alors, parmi les substitutions qui posséderont la propriété de ne point altérer la valeur de Ω, celles qui déplaceront à la fois $n-l+1$ variables seront en nombre égal ou supérieur au produit

$$\frac{n(n-1)\ldots(n-l+2)}{1.2\ldots l}(n-l).$$

» 2e *Théorème.* Si Ω est une fonction transitive de n variables $x, y, z, \ldots$, alors, parmi les substitutions qui n'altéreront pas la valeur de Ω, celles qui déplaceront à la fois les n variables seront en nombre égal ou supérieur à $n-1$.

» Ainsi, par exemple, si l'on prend $n = 4$, et

$$\Omega = xy + zu,$$

alors trois substitutions régulières, dont chacune déplacera les quatre lettres x, y, z, u, savoir,

$$(x, y)(z, u), \quad (x, z)(y, u), \quad (x, u)(y, z),$$

se trouveront comprises parmi celles qui n'altéreront pas la valeur de la fonction transitive Ω.

» Si, Ω étant une fonction transitive de n, de $n-1$, de $n-2$, et même de $n-l+1$ variables, il suffit de rendre $l+1$ variables immobiles, pour que toutes le deviennent; alors on aura nécessairement

$$H_{n-l-1} = 0, \quad H_{n-l-2} = 0, \ldots, \quad H_2 = 0,$$

et, par suite, la formule (11) donnera simplement

$$(18) \qquad H_{n-r} = \frac{M}{1.2\ldots r} e_{l-r} - \frac{n(n-1)\ldots(n-r+1)}{1.2\ldots r} [n-r]_{l-r}.$$

Si, dans cette dernière formule, on substitue successivement à r chacun des nombres

$$0, \quad 1, \quad 2, \quad 3, \ldots, \quad l-1, \quad l.$$

on obtiendra les suivantes :

$$(19) \left\{ \begin{array}{l} H_n \quad = Me_l - [n]_l, \\ H_{n-1} \;\; = \frac{M}{1} e_{l-1} - \frac{n}{l}[n-1]_{l-1}, \\ H_{n-2} \;\; = \frac{M}{1.2} e_{l-2} - \frac{n(n-1)}{1.2}[n-2]_{l-2}, \\ \text{etc.}, \\ H_{n-l+1} = \frac{M}{1.2\ldots(l-1)} e_1 - \frac{n(n-1)\ldots(n-l+2)}{1.2\ldots(l-1)}[n-l+1]_1, \\ H_{n-l} \;\; = \frac{M}{1.2\ldots l} e_0 - \frac{n(n-1)\ldots(n-l+1)}{1.2\ldots l}[n-l]_0, \end{array} \right.$$

dont les deux dernières se réduiront à

$$(20) \qquad H_{n-l+1} = \frac{n(n-1)\ldots(n-l+2)}{1.2\ldots(l-1)}(n-l),$$

$$(21) \qquad H_{n-l} = \frac{M}{1.2\ldots l} - \frac{n(n-1)\ldots(n-l+1)}{1.2\ldots l}.$$

» Appliquons maintenant les formules qui précèdent à quelques exemples.

» Si Ω est une fonction symétrique de n variables $x, y, z, \ldots$, on aura simplement

$$m = 1, \quad M = N,$$

la valeur de N étant

$$N = 1.2.3\ldots n.$$

Alors aussi, Ω étant fonction transitive de n, de $n-1$, de $n-2, \ldots$, et même de deux variables, on pourra prendre

$$l = n - 1;$$

et, en ayant égard aux deux formules

$$e_n - e_{n-1} = \frac{(-1)^n}{N}, \quad [n]_{n-1} = (-1)^{n-1},$$

qui subsistent pour toutes les valeurs entières et positives de n, on tirera des équations (19),

$$(22) \quad \begin{cases} H_n = Ne_n, \quad H_{n-1} = \frac{N}{1} e_{n-1}, \quad H_{n-2} = \frac{N}{1.2} e_{n-2}, \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots H_3 = \frac{N}{1.2\ldots(n-3)} e_3, \quad H_2 = \frac{N}{1.2\ldots(n-2)} e_2. \end{cases}$$

Ainsi, le nombre total des substitutions qui, renfermant n variables $x, y, z, \ldots$ déplacent à la fois toutes ces variables, est déterminé par la formule

$$(23) \qquad H_n = Ne_n.$$

On pourrait aisément, de cette première formule, déduire toutes celles qui la suivent dans le tableau (22). Ajoutons que si l'on substitue dans la première des équations (2) les valeurs de H, $H_{n-1}, \ldots, H_2$, tirées des formules (22), on trouvera

$$(24) \qquad e_n + \frac{e_{n-1}}{1} + \frac{e_{n-2}}{1.2} + \ldots + \frac{e_0}{1.2\ldots n} = 1.$$

» Supposons encore que Ω représente une des fonctions qui, renfermant n variables, offrent seulement deux valeurs distinctes. Alors on aura

$$m = 2, \quad M = \frac{N}{2}.$$

Alors aussi, Ω étant fonction transitive de n, de $n-1$, de $n-2, \ldots$, et même des trois variables, on pourra prendre

$$n - l + 1 = 3, \quad l = n - 2;$$

et, en ayant égard à la formule

$$[n]_{n-2} = (-1)^n (n-1),$$

on tirera des équations (19) les suivantes :

$$(25)\quad \left\{\begin{aligned}
H_n &= \frac{N}{2} e_{n-2} - (-1)^n (n-1),\\
H_{n-1} &= \frac{N}{2} \frac{e_{n-3}}{1} - (-1)^{n-1} \frac{n}{1} (n-2),\\
H_{n-2} &= \frac{N}{2} \frac{e_{n-4}}{1.2} - (-1)^{n-2} \frac{n(n-1)}{1.2} (n-3),\\
&\text{etc.},\\
H_3 &= \frac{N}{2} \frac{e_1}{1.2\ldots(n-3)} - (-1)^3 \frac{n(n-1)\ldots 4}{1.2\ldots(n-3)} 2,\\
H_2 &= \frac{N}{2} \frac{e_0}{1.2\ldots(n-2)} - (-1)^2 \frac{n(n-1)\ldots 3}{1.2\ldots(n-2)},
\end{aligned}\right.$$

dont les deux dernières se réduisent à

$$(26)\qquad H_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3}, \quad H_2 = 0.$$

D'ailleurs, le rapport

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{3}$$

étant précisément le nombre total des substitutions circulaires du troisième ordre que l'on peut former avec n lettres, les formules (26) exprimeront une propriété bien connue des fonctions qui offrent seulement deux valeurs distinctes, savoir, que l'une quelconque de ces fonctions est toujours altérée par une substitution circulaire du second ordre, et n'est jamais altérée par aucune substitution circulaire du troisième ordre.

§ II. — *Théorèmes relatifs à deux systèmes de substitutions conjuguées.*

» Formons avec n variables $x, y, z, \ldots$ deux systèmes de substitutions conjuguées

$$(1)\qquad 1,\ P,\ Q,\ R,\ldots$$

et

$$(2)\qquad 1,\ \mathfrak{P},\ \mathfrak{Q},\ \mathfrak{R},\ldots$$

Soient M l'ordre du premier système, et $\mathfrak{M}$ l'ordre du second système. Si

une ou plusieurs substitutions du second système sont semblables à une ou plusieurs substitutions du premier système, si, par exemple, on suppose la substitution $\mathfrak{Q}$ semblable à la substitution R, alors $\mathfrak{Q}$ sera lié à R par une ou plusieurs équations de la forme

$$(3) \qquad \mathfrak{Q} = \mathrm{URU}^{-1},$$

et réciproquement, lorsque deux substitutions appartenant, l'une au premier système, l'autre au second, se trouveront liées entre elles par une équation de cette forme, elles seront semblables l'une à l'autre. Observons d'ailleurs que l'équation (3) peut encore être présentée sous chacune des formes

$$(4) \qquad \mathrm{R} = \mathrm{U}^{-1}\mathfrak{Q}\mathrm{U},$$

$$(5) \qquad \mathfrak{Q}\mathrm{U} = \mathrm{UR}.$$

» Supposons maintenant que l'on nomme E le nombre des substitutions U pour lesquelles se vérifient des équations semblables à la formule (5), l'une de ces substitutions devant se réduire à l'unité dans le cas particulier où les systèmes (1) et (2) offrent des termes communs. Soit, au contraire, F le nombre des substitutions U pour lesquelles ne se vérifient jamais des équations semblables à l'équation (5). $E+F$ sera évidemment le nombre total des substitutions que l'on pourra former avec les n variables $x, y, z, \ldots$, en sorte qu'on aura

$$(6) \qquad E + F = N,$$

la valeur de N étant

$$(7) \qquad N = 1.2.3\ldots n.$$

» Concevons maintenant que la suite

$$(8) \qquad \mathrm{U},\ \mathrm{V},\ \mathrm{W},\ldots$$

renferme plusieurs des substitutions U pour lesquelles se vérifient des équations de la forme (5), et construisons le tableau

$$(9) \qquad \left\{\begin{array}{llll} \mathrm{U}, & \mathrm{UP}, & \mathrm{UQ}, & \mathrm{UR}, \\ \mathrm{V}, & \mathrm{VP}, & \mathrm{VQ}, & \mathrm{VR}, \\ \mathrm{W}, & \mathrm{WP}, & \mathrm{WQ}, & \mathrm{WR}, \\ \text{etc.} & & & \end{array}\right.$$

Il est facile de s'assurer que chacune des substitutions comprises dans ce tableau sera encore du nombre de celles pour lesquelles se vérifient des équations de la forme (5). Car, si l'on pose, par exemple,

$$UP = U',$$

et, par suite,

$$U = U'P^{-1}, \quad U^{-1} = PU^{-1},$$

l'équation (3), qui coïncide avec l'équation (5), donnera

$$(10) \qquad \mathfrak{Q} = U'R'U'^{-1},$$

la valeur de R′ étant

$$(11) \qquad R' = P^{-1}RP;$$

et comme, en vertu de la formule (11), R′ sera une substitution comprise dans la série (1), mais semblable à R, et par conséquent distincte de l'unité, l'équation (10), à laquelle satisfera la substitution U′, sera évidemment de la même forme que l'équation (3) ou (5). D'ailleurs, deux termes compris dans deux lignes horizontales du tableau (9) seront certainement distincts l'un de l'autre; et si deux termes compris dans deux lignes horizontales différentes, par exemple les termes

$$UP, \quad VQ,$$

compris dans la seconde et la troisième ligne horizontale, deviennent égaux, alors l'équation

$$(12) \qquad VQ = UP$$

entraînera la formule

$$(13) \qquad V = UPQ^{-1},$$

en vertu de laquelle V sera déjà un des termes compris dans la seconde ligne horizontale. Donc tous les termes du tableau (9) seront distincts les uns des autres, si en construisant ce tableau on a soin de prendre pour premier terme de chaque nouvelle ligne horizontale une des substitutions non comprises dans les lignes déjà écrites, mais pour lesquelles se vérifient des équations de la forme (5). Or, ces conditions étant supposées remplies, concevons que

l'on donne au tableau (9) la plus grande étendue possible ; alors il renfermera nécessairement toutes les substitutions pour lesquelles se vérifie la formule (5), et par conséquent E termes distincts, répartis entre des lignes horizontales qui renfermeront chacune M termes. Donc, si l'on nomme $\mathfrak{x}$ le nombre de ces lignes horizontales, on aura

$$E = M\mathfrak{x}. \tag{14}$$

Ajoutons que, si l'on pose, pour abréger,

$$m = \frac{N}{M},$$

on aura identiquement

$$N = mM, \tag{15}$$

et que des formules (6), (14), (15), on tirera immédiatement l'équation

$$F = M(m - \mathfrak{x}), \tag{16}$$

en vertu de laquelle F sera encore un multiple de M. Au reste, pour établir directement cette conclusion, il suffit de concevoir que la série (8) se compose, non plus de substitutions pour chacune desquelles se vérifient toujours des équations de la forme (5), mais, au contraire, de substitutions pour lesquelles ne se vérifient jamais des équations de cette forme. En effet, cette supposition étant adoptée, un terme quelconque du tableau (5), par exemple le terme

$$\mathrm{U}' = \mathrm{UP},$$

ne pourra vérifier une équation de la forme (5), par exemple l'équation (10), R' étant l'une des substitutions P, Q, R,.... Car, en remettant pour U' sa valeur UP dans l'équation (10), et posant

$$\mathrm{PR}'\mathrm{P}^{-1} = \mathrm{R},$$

on reviendrait de l'équation (10) à la formule (4), que devrait vérifier, contrairement à l'hypothèse admise, la substitution U. D'ailleurs, pour que les termes du tableau (9) soient encore tous distincts les uns des autres, il suffira, comme ci-dessus, qu'en prolongeant ce tableau, on prenne toujours pour premier terme de chaque nouvelle ligne horizontale un terme non compris dans les lignes horizontales déjà écrites. Cela posé, il est clair qu'au

moment où, en remplissant ces conditions, on aura donné au tableau (9) la plus grande étendue possible, ce tableau renfermera F termes différents répartis entre diverses lignes horizontales dont le nombre sera $m - \mathcal{K}$, et dont chacune sera composée de M termes. Donc le nombre F sera toujours un multiple de M, ainsi que l'indique la formule (16).

» Par des raisonnements semblables à ceux qui précèdent, on prouverait encore que chacun des nombres E, F est un multiple de $\mathcal{M}$, et l'on obtiendrait ainsi, à la place des formules (14), (16), deux équations de la forme

$$E = \mathcal{M}K, \tag{17}$$

$$F = \mathcal{M}(m - K). \tag{18}$$

» Concevons à présent que, le tableau (9) étant composé de substitutions pour lesquelles ne se vérifient jamais des équations de la forme (5), on désigne par

$$\mathfrak{U},\quad \mathfrak{V},\quad \mathfrak{W},\ldots \tag{19}$$

plusieurs termes de ce tableau, pris dans des lignes horizontales distinctes, et construisons encore le tableau suivant :

$$\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{U},\ \mathfrak{P}\mathfrak{U},\ \mathfrak{Q}\mathfrak{U},\ \mathfrak{R}\mathfrak{U},\ldots,\\ \mathfrak{V},\ \mathfrak{P}\mathfrak{V},\ \mathfrak{Q}\mathfrak{V},\ \mathfrak{R}\mathfrak{V},\ldots,\\ \mathfrak{W},\ \mathfrak{P}\mathfrak{W},\ \mathfrak{Q}\mathfrak{W},\ \mathfrak{R}\mathfrak{W},\ldots,\\ \text{etc.}\end{array}\right. \tag{20}$$

Un terme quelconque de ce nouveau tableau, par exemple le terme

$$\mathfrak{U}' = \mathfrak{P}\mathfrak{U},$$

ne pourra vérifier une équation de la forme (5), ou, ce qui revient au même, de la forme (4). Car, si l'on avait, par exemple,

$$\mathrm{R} = \mathfrak{U}'^{-1}\,\mathfrak{Q}'\mathfrak{U}',$$

$\mathfrak{Q}'$ étant l'une des substitutions $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$,..., on en conclurait

$$\mathrm{R} = \mathfrak{U}^{-1}\,\mathfrak{Q}\mathfrak{U},$$

la valeur de $\mathfrak{Q}$ étant

$$\mathfrak{Q} = \mathfrak{P}^{-1}\,\mathfrak{Q}'\mathfrak{P},$$

et, par suite, $\mathcal{U}$ serait, contrairement à l'hypothèse admise, une substitution pour laquelle se vérifierait une équation de la forme (4) ou (5). Donc un terme quelconque du tableau (20) sera l'un de ceux qui faisaient déjà partie du tableau (8). Il y a plus : deux termes compris dans une même ligne horizontale du tableau (20) ne pourront faire partie d'une même ligne horizontale du tableau (9); car, si l'on avait à la fois, par exemple

$$\mathcal{P}\mathcal{U} = \mathrm{VR}, \quad \mathcal{Q}\mathcal{U} = \mathrm{VS},$$

on en conclurait

$$\mathcal{U} = \mathcal{P}^{-1}\,\mathrm{VR},$$

$$\mathcal{Q}\mathcal{P}^{-1}\,\mathrm{VR} = \mathrm{VS},$$

$$\mathcal{Q}\mathcal{P}^{-1}\,\mathrm{V} = \mathrm{VSR}^{-1},$$

et, par suite, V serait, contrairement à l'hypothèse admise, une des substitutions pour lesquelles se vérifierait une équation de la forme (5). Enfin, si deux termes compris dans deux lignes horizontales différentes du tableau (20), par exemple les deux termes

$$\mathcal{P}\mathcal{U} \quad \text{et} \quad \mathcal{Q}\mathcal{V},$$

compris dans la seconde et la troisième ligne horizontale, appartenaient à une même ligne horizontale du tableau (9), de sorte qu'on eût

$$\mathcal{P}\mathcal{U} = \mathrm{VR}, \quad \mathcal{Q}\mathcal{V} = \mathrm{VS},$$

on en conclurait

$$\mathcal{Q}^{-1}\,\mathcal{P}\mathcal{U} = \mathcal{Q}^{-1}\,\mathrm{VR}, \quad \mathcal{V} = \mathcal{Q}^{-1}\,\mathrm{VS}.$$

Mais alors, en nommant W le premier terme de la ligne horizontale du tableau (9) qui renfermerait la substitution $\mathcal{Q}^{-1}\,\mathcal{P}\mathcal{V}$, on pourrait satisfaire à la formule

$$\mathcal{Q}^{-1}\,\mathcal{P}\mathcal{U} = \mathcal{Q}^{-1}\,\mathrm{VR} = \mathrm{WT}$$

par une valeur de T prise dans la suite 1, P, Q, R, . . ., et des deux formules

$$\mathcal{Q}^{-1}\,\mathrm{VR} = \mathrm{WT}, \quad \mathcal{V} = \mathcal{Q}^{-1}\,\mathrm{VS},$$

on tirerait

$$\mathcal{V} = \mathrm{WTR}^{-1}\,\mathrm{S};$$

en sorte que $\mathcal{V}$ et $\mathcal{P}^{-1}\,\mathcal{Q}\mathcal{U}$ seraient deux termes pris dans la même suite horizontale du tableau (9). Donc, tous les termes du tableau (20) appartiendront

à des lignes horizontales distinctes du tableau (9), si, en prolongeant le tableau (20), on a soin de prendre pour premier terme de chaque nouvelle ligne horizontale une substitution comprise dans le tableau (9), mais située hors des lignes de ce tableau, qui ont fourni quelques-uns des termes déjà écrits dans le tableau (20). Si, en remplissant cette condition, l'on donne au tableau (20) la plus grande étendue possible, il renfermera définitivement autant de termes que le tableau (9) renfermait de lignes horizontales, c'est-à-dire $m - \mathcal{K}$ termes répartis entre plusieurs lignes horizontales, dont chacune sera composée de $\mathcal{M}$ termes. Donc $m - \mathcal{K}$ sera un multiple de $\mathcal{M}$, en sorte qu'on aura

(21) $$m - \mathcal{K} \equiv 0, \quad (\text{mod. } \mathcal{M}).$$

On prouverait de la même manière que l'on aura encore

(22) $$m - K \equiv 0, \quad (\text{mod. } M).$$

D'ailleurs, comme on tire des formules (16) et (18)

(23) $$F = M(m - \mathcal{K}) = \mathcal{M}(m - K),$$

et, par suite,

(24) $$\frac{m - K}{M} = \frac{m - \mathcal{K}}{\mathcal{M}},$$

il est clair que la formule (21) devait entraîner la formule (22).

» La formule (21) est l'expression du théorème énoncé à la page 980. Cette même formule, combinée avec l'équation (23), donne immédiatement

(25) $$F \equiv 0, \qquad (\text{mod. } M\mathcal{M}),$$

ou, ce qui revient au même,

(26) $$E = N, \qquad (\text{mod. } M\mathcal{M}).$$

En conséquence, on peut énoncer la proposition suivante :

» 1er *Théorème*. Formons avec n variables $x, y, z, \ldots$ deux systèmes de substitutions conjuguées, et soient

$$1,\ P,\ Q,\ R, \ldots,$$
$$1,\ \mathfrak{P},\ \mathfrak{Q},\ \mathfrak{R}, \ldots$$

ces deux systemes, le premier de l'ordre M, le second de l'ordre $\mathfrak{M}$. Nommons E le nombre total des substitutions U, pour lesquelles se vérifient des équations de la forme

$$(27)\qquad \mathfrak{P}U = UP,$$

et posons, pour abréger, $N = 1.2.3\ldots n$. Les nombres N, E fourniront le même reste lorsqu'on les divisera par le produit $M\mathfrak{M}$.

» *Corollaire.* Si les deux systèmes se réduisent à un seul, alors, au lieu du 1[er] théorème, on obtiendra la proposition suivante :

» 2[e] *Théorème.* Soit

$$1,\ P,\ Q,\ R,\ldots$$

un système de substitutions conjuguées de l'ordre M, et nommons E le nombre des substitutions U pour lesquelles se vérifient des équations de la forme

$$(28)\qquad QU = UP,$$

Q pouvant se confondre avec P. Le nombre E et le nombre $N = 1.2\ldots n$, divisés par le carré de M, fourniront le même reste, en sorte qu'on aura

$$(29)\qquad E \equiv N, \qquad (\text{mod. } M^2).$$

» *Corollaire.* Si M^2 surpasse N, la formule (29) donnera nécessairement

$$(30)\qquad E = N;$$

et, par suite, une substitution quelconque U sera du nombre de celles pour lesquelles peut se vérifier la formule (28).

» Supposons maintenant que les M substitutions conjuguées

$$1,\ P,\ Q,\ R,\ldots$$

soient précisément celles qui n'altèrent pas la valeur d'une certaine fonction Ω. Soit, d'ailleurs, U l'une des substitutions pour lesquelles peut se vérifier la formule (5), ou, ce qui revient au même, la formule (27). Si l'on nomme Ω' ce que devient la fonction Ω quand on lui applique la substitution U, il est clair qu'on obtiendra encore Ω' en appliquant à Ω, ou la substitution UP, ou son égale $\mathfrak{P}$U, et par conséquent en appliquant à Ω' la substitution $\mathfrak{P}$. Donc, alors, Ω' sera l'une des fonctions que n'altère pas la subtitution $\mathfrak{P}$.

Ajoutons que, dans la même hypothèse, les M substitutions qui n'altéreront pas la fonction Ω' seront évidemment

$$U,\ UP,\ UQ,\ UR,\ldots.$$

D'autre part, si U est l'une des substitutions qui transforment Ω en Ω', et si la valeur de la fonction Ω' n'est pas altérée quand on lui applique l'une des substitutions $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$, $\mathfrak{R}$,..., par exemple la substitution $\mathfrak{P}$, on pourra passer de Ω à Ω' à l'aide de chacune des substitutions

$$U,\ \mathfrak{P}U,$$

et revenir de Ω' à Ω à l'aide de l'une des substitutions inverses

$$U^{-1},\qquad U^{1}\mathfrak{P}^{-1}.$$

Donc on n'altèrera pas la fonction Ω en lui appliquant la substitution

$$U^{-1}\mathfrak{P}U,$$

et cette dernière substitution devra être égale à l'une des substitutions P, Q, R,..., en sorte qu'on aura, par exemple,

$$U^{-1}\mathfrak{P}U = P,$$

et par suite

$$\mathfrak{P}U = UP.$$

De ces remarques il suit évidemment que le nombre E des substitutions pour lesquelles se vérifie la formule (27) est le produit de M par le nombre de celles des fonctions

$$\Omega,\ \Omega',\ \Omega'',\ldots$$

qui ne sont pas altérées quand on effectue les substitutions 1, $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{Q}$,..., ou au moins l'une d'entre elles. Donc ce dernier nombre est précisément celui qui, dans la formule (21), se trouve représenté par la lettre $\mathfrak{N}$. Il en résulte aussi que la formule (21) entraîne le 1er théorème de la page 976.

» Dans un prochain article, je montrerai comment, étant données les substitutions $\mathfrak{P}$, P, on peut déterminer le nombre des substitutions U pour lesquelles se vérifie la formule (27). J'établirai à ce sujet quelques nouvelles propriétés des substitutions qui sont semblables entre elles. »

M. Biot fait hommage à l'Académie d'un exemplaire du troisième volume de son *Traité élémentaire d'Astronomie physique*, troisième édition.

RAPPORTS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Rapport sur un Mémoire présenté à l'Académie par* M. Bertrand, *et relatif au nombre des valeurs que peut prendre une fonction, quand on y permute les lettres qu'elle renferme.*

(Commissaires, MM. Poinsot, Lamé, Cauchy rapporteur.)

« Lorsque, dans une fonction de n variables, on permute les variables entre elles de toutes les manières possibles, on obtient diverses valeurs dont le nombre est précisément le produit $1.2.3...n$. D'ailleurs deux quelconques de ces valeurs de la fonction peuvent être, ou égales entre elles, quelles que soient les valeurs attribuées aux variables elles-mêmes, ou généralement distinctes, de manière à ne pouvoir se confondre que pour certains systèmes de valeurs des variables dont il s'agit. Enfin le nombre des valeurs distinctes de la fonction est toujours, comme on le démontre aisément, un diviseur du nombre total des valeurs égales ou inégales, c'est-à-dire du produit $1.2.3...n$. Mais il n'est pas toujours possible de former une fonction pour laquelle le nombre des valeurs distinctes soit un diviseur donné de ce produit; par exemple, l'un des nombres entiers

$$1, 2, 3, \ldots, n.$$

A la vérité, on peut, avec un nombre quelconque de lettres, former, outre les fonctions *symétriques*, qui n'ont qu'une valeur, des fonctions qui offrent seulement deux valeurs distinctes; et l'on peut encore, dans le cas singulier où l'on considère quatre lettres, former une fonction qui n'offre que trois valeurs distinctes. Mais, d'autre part, un géomètre italien, M. Ruffini, a démontré qu'on ne peut, avec cinq variables, former une fonction qui offre moins de cinq valeurs, si elle en a plus de deux; et un autre Italien, M. Pietro Abbati, a étendu cette proposition au cas où la fonction renferme un nombre quelconque de variables. En outre, l'un de nous a démontré, il y a environ trente ans, que, pour une fonction de n variables, le nombre des valeurs distinctes, quand il est supérieur à 2, ne peut être inférieur au plus grand nombre premier contenu dans n. Enfin, dans le Mémoire qui renferme cette démonstration, on trouve le passage suivant :

» *Il n'est pas toujours possible d'abaisser l'indice, c'est-à-dire le nombre des valeurs d'une fonction jusqu'à la limite que nous venons d'assigner; et, si l'on en excepte les fonctions du quatrième ordre qui peuvent obtenir trois valeurs, je ne connais pas de fonctions non symétriques dont l'indice soit inférieur à l'ordre* (au nombre des lettres), *sans être égal à* 2. *Le théorème ci-dessus établi prouve du moins qu'il n'en existe pas de semblables, quand l'ordre de la fonction est un nombre premier, puisque alors la limite trouvée se confond avec ce nombre. On peut encore démontrer cette assertion, lorsque* n *est égal à* 6, *en faisant voir qu'une fonction de* 6 *lettres ne peut obtenir plus de six valeurs, quand elle en a plus de deux.*

» La démonstration générale de la proposition que l'auteur du Mémoire avait énoncée dans ce passage, et qu'il avait rigoureusement établie dans le cas où n est un nombre premier ou bien encore le nombre 6, est aussi l'un des principaux objets des recherches dont nous avons à rendre compte. M. Bertrand est effectivement parvenu à la démontrer, en supposant qu'il existe toujours un nombre premier p compris entre les limites $n-2$ et $\frac{n}{2}$, et en s'appuyant sur la considération des substitutions circulaires formées avec $p+2$ lettres, partagées en deux groupes dont l'un renferme p lettres, et l'autre deux lettres seulement. Mais existe-t-il toujours, au moins quand n surpasse 7, un nombre premier compris entre $n-2$ et $\frac{n}{2}$? Cela est extrêmement probable, et l'on peut, à l'aide des tables des nombres premiers, s'assurer de l'existence d'un tel nombre, au moins tant que n est inférieur à 6 millions. Ainsi, les calculs de M. Bertrand suffisent pour étendre à tout nombre qui ne surpasse pas cette limite, la proposition énoncée. Ils prouvent aussi que, pour une valeur de n inférieure à cette limite, une fonction de n lettres qui offre seulement n valeurs distinctes, est généralement symétrique par rapport à $n-1$ lettres.

» Parmi les nombres non premiers dont la valeur n'est pas très-considérable, il en existe deux seulement auxquels la démonstration de M. Bertrand ne s'applique pas : ce sont les nombres 4 et 6. M. Bertrand mentionne le nombre 4, qui, comme nous l'avons déjà dit, fait exception à la règle générale. Il aurait dû, pour plus d'exactitude, mentionner aussi le nombre 6, et observer que $2p$ cesse d'être supérieur à n, quand on a $p=3$, $n=6$. D'ailleurs, comme nous l'avons rappelé ci-dessus, le principal théorème se trouve depuis longtemps démontré, pour le cas où l'on a $n=6$.

» Le Mémoire de M. Bertrand renferme encore quelques autres propositions

dignes de remarque sur le nombre des valeurs qu'une fonction peut acquérir. Il prouve, entre autre choses, que, p, q étant deux nombres premiers dont la somme est inférieure à n, une fonction de n lettres aura précisément $2n$ valeurs distinctes, si le nombre des valeurs distinctes est inférieur au produit pq, et si d'ailleurs le nombre n des lettres est égal ou supérieur à 10.

» En résumé, les Commissaires pensent que le Mémoire de M. Bertrand est digne d'être approuvé par l'Académie et inséré dans le *Recueil des Mémoires des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

CHIMIE. — *Rapport sur un Mémoire de* M. Fremy, *ayant pour titre :* Recherches sur une nouvelle série d'acides formés d'oxygène, de soufre, d'hydrogène et d'azote.

(Commissaires, MM. Pelouze, Regnault, Thenard rapporteur.)

« En examinant, dans ses recherches sur les acides métalliques, les principales propriétés d'une nouvelle classe de sels à laquelle il a donné le nom d'*osmites*, l'auteur avait reconnu que les osmites soumis à l'influence de l'acide sulfureux ou des sulfites donnent naissance à un acide double qui contient les éléments de l'acide osmieux et de l'acide sulfureux, et dans lequel les propriétés fondamentales de ces acides se trouvent cachées.

» Guidé par cette observation, M. Fremy essaya de produire des acides doubles, semblables au précédent, en substituant à l'acide osmieux l'acide azoteux qui présente avec lui des analogies marquées.

» Les résultats auxquels il fut conduit sont très-importants. Nous allons en rendre compte.

» Lorsqu'on fait passer du gaz sulfureux à travers une dissolution concentrée et alcaline d'azotite de potasse, on produit successivement quatre nouveaux sels très-distincts, qui se déposent en cristaux au moment de leur formation, et dont la séparation s'opère avec facilité.

» Le premier, que l'auteur appelle *sulfazite de potasse*, est très-alcalin, très-soluble; il cristallise comme le sucre de raisin.

» Le second, qu'il nomme *sulfazate*, moins soluble et moins alcalin que le premier, cristallise en belles aiguilles comme le sulfocyanure de potassium.

» Le troisième, moins soluble encore et moins alcalin que le second, cristallise en beaux rhomboèdres; il reçoit la dénomination de *sulfazotate*. L'excès d'alcali peut être enlevé par un courant d'acide carbonique, et le sel alors devient peu soluble.

» Le quatrième, neutre et presque entièrement insoluble dans l'eau, cristallise en aiguilles soyeuses comme le sulfate de chaux; il prend le nom de *sulfammonate*.

» Les trois premiers sont composés de telle manière que chacun d'eux pourrait être représenté par

1 équivalent d'acide azoteux. . . .	AzO^3
3 équivalents d'eau.	$3HO$
3 équivalents de potasse.	$3KO$

en ajoutant

au premier 3 équivalents d'acide sulfureux. . . .	$3SO^2$
au deuxième 4 équivalents d'acide sulfureux. . .	$4SO^2$
au troisième 5 équivalents d'acide sulfureux. . .	$5SO^2$

d'où il suit que pour les mêmes quantités d'acide azoteux, d'eau et de potasse, les proportions d'acide sulfureux seraient comme les nombres 3, 4 et 5.

» Le quatrième sel, celui qui se produit en dernier lieu, contiendrait, comme les autres,

1 équivalent d'acide azoteux. . . .	AzO^3
3 équivalents d'eau.	$3HO$

mais il renfermerait

8 équivalents d'acide sulfureux. . .	$8SO^2$
4 équivalents de potasse	$4KO$

» Les éléments sont-ils groupés, comme nous le supposons ici pour plus de clarté, ou bien n'y a-t-il qu'un acide formé de soufre, d'oxygène, d'hydrogène et d'azote? c'est ce que nous discuterons plus tard, après avoir examiné les principales propriétés des sels.

» Dans tous les cas, les dénominations dont l'auteur se sert peuvent être l'objet d'une juste critique; il ne se le dissimule pas, et c'est par la difficulté d'en trouver de plus convenables qu'il les a admises, du moins provisoirement.

» Une question se présente tout d'abord : puisque les sels précédents contiennent 3, 4, 5, 8 équivalents d'acide sulfureux, ne serait-il pas possible qu'il y en eût d'autres qui continssent 1, 2, 5, 6 équivalents d'acide sulfureux, et peut-être même plus de 8; de telle manière que la série des équivalents acides ne fût point interrompue et formât une proportion arithmétique dont la différence entre deux termes serait l'unité?

» Cette remarque n'a point échappé à l'auteur; elle sera pour lui l'objet de nouvelles recherches.

» Indépendamment de ces quatre nouveaux sels contenant quatre nouveaux acides, l'auteur en a découvert cinq autres, dont les acides sont tous nouveaux aussi et de la même famille que les précédents.

» Leur formation est facile à concevoir. Exposons-la en peu de mots.

» Que l'on traite le sulfazotate de potasse, celui qui contient 5 équivalents d'acide sulfureux pour 1 d'acide azoteux, 3 d'eau et 3 de potasse par l'eau chaude à 40 ou 50 degrés, il perdra 2 équivalents de sesquisulfate de potasse et donnera naissance au sel que l'auteur nomme *sulfazidate*, représenté par la formule

$$S^2O + H^3O^3 + AzO^3 + KO.$$

» Que l'on traite de la même manière le sulfammonate de potasse, celui qui contient 8 équivalents d'acide sulfureux pour 1 d'acide azoteux, 3 d'eau et 4 de potasse, il cédera à l'eau d'abord 1 équivalent de bisulfate de potasse pour devenir sulfamidate, puis un autre équivalent de sulfate de potasse neutre pour se transformer en *métasulfumidate*

$$(2S^2O^2,\ AzO^3,\ H^3O^3 + 2KO):$$

après quoi, si l'on continue l'action de l'eau, le métasulfamidate, par la réaction de ces principes, se transformera lui-même en 2 équivalents de sulfate neutre de potasse et 1 équivalent de bisulfite d'ammoniaque.

» Maintenant, si l'on fait intervenir sur le sulfazotate non-seulement l'eau, mais encore l'oxyde d'argent ou le peroxyde de plomb, deux nouveaux acides, et par conséquent deux nouveaux sels, vont encore prendre naissance. A peine l'eau sera-t-elle en contact, même à froid, avec le sel et l'oxyde, que l'action se manifestera. La liqueur deviendra violette et laissera promptement déposer une très-grande quantité de belles aiguilles d'un jaune d'or qui constituent un nouveau sel, le *sulfazilate*, et, de plus, elle retiendra un autre sel tout nouveau, le *métasulfazilate*, cristallisable, par concentration, en très-beaux rhomboèdres blancs.

» La réaction s'opère entre 2 équivalents de sulfazotate et 2 équivalents d'oxyde d'argent. L'oxyde d'argent est réduit, les deux nouveaux sels sont représentés, le sulfazilate par $S^4O^8, AzO^3, HO + 2KO$, et le métasulfazilate par $S^2O^6, S^4O^8, AzO^3, 3HO + 3KO$; 1 équivalent de potasse et 2 équivalents d'eau restent dans la liqueur.

» Voilà donc neuf nouveaux acides, tous représentés dans leur composition par un certain nombre d'équivalents d'acide sulfureux et quelquefois d'un

autre acide du soufre, par 1 équivalent d'acide azoteux et par 3 équivalents d'eau, sauf l'acide.

» Parmi tous ces acides, il n'y a que l'acide sulfazidique qui puisse être obtenu facilement sans éprouver d'altération. Les autres n'ont de stabilité qu'en présence des bases énergiques, telles que la potasse, l'ammoniaque, la baryte, la strontiane, la chaux, l'oxyde de plomb.

» Soumis à l'action du feu, tous les sels sulfazotés se décomposent aisément, tous donnent du sulfate de potasse et du sulfite d'ammoniaque, tantôt neutres et tantôt acides, de l'eau, et, en outre, des vapeurs nitreuses quand l'acide sulfureux n'entre dans leur composition que pour 3 à 4 équivalents.

» L'eau chaude et même l'eau froide, avec le temps, leur font subir les modifications que nous avons déjà fait connaître.

» L'eau bouillante opère entre leurs principes une réaction complète, et donne lieu à des sulfates de potasse et d'ammoniaque; quelquefois les sels sont acides; quelquefois aussi il se dégage de l'oxygène : c'est lorsqu'il y en a plus que n'en exige la formation de l'acide sulfurique; quelquefois enfin l'eau se décompose : c'est lorsqu'il n'y a point assez d'hydrogène pour former de l'ammoniaque. Tout cela varie en raison de la composition des sels. Le *métasulfamidate* fait seul exception; il résiste à l'action de l'eau en ébullition.

» Plusieurs sels méritent un examen particulier; tels sont surtout le sulfazilate et le sulfazidate de potasse.

» Le sulfazilate, qui se produit à froid par le contact du sulfazotate de potasse avec l'eau et l'oxyde d'argent, et qui se précipite sous forme de belles aiguilles jaunes, est l'un des sels les moins stables.

» La chaleur le décompose avec une sorte d'explosion.

» Sa dissolution, d'un beau violet, se décolore immédiatement au degré de l'ébullition, devient fortement acide, se charge de sulfate de potasse et d'ammoniaque, et laisse dégager de l'oxygène, dont une partie reste à l'état de bioxyde d'hydrogène.

» Exposé à l'air, il devient rapidement acide, et perd en même temps sa belle couleur jaune et du bioxyde d'azote qu'on peut obtenir en plaçant le sel dans des vases fermés.

» Les substances organiques le décomposent aisément. Dissous et versé sur la peau, il produit immédiatement l'odeur désagréable et caractéristique que donnent, dans les mêmes circonstances, le ferrate et le manganate de potasse.

» Le sulfazidate de potasse, le seul des sels sulfazotés dont on puisse isoler et conserver l'acide, n'est pas moins digne d'attention.

» L'acide sulfazidique, soluble en toutes proportions, incristallisable, fortement acide, se transforme, à la chaleur de l'ébullition, en bisulfate d'ammoniaque avec dégagement d'oxygène et production de bioxyde d'hydrogène en cas de décomposition lente.

» Mis en contact avec le peroxyde de manganèse divisé, il l'attaque à froid, le dissout, le ramène à l'état de protoxyde, en donnant lieu à une vive effervescence due au gaz oxygène qui devient libre.

» Mais ce qui est plus remarquable, c'est que le sulfazidate de potasse est décomposé tout à coup par le peroxyde de manganèse, qui agit sur lui comme sur l'eau oxygénée; l'acide sulfazilique, en perdant 1 équivalent d'oxygène, se transforme en 1 équivalent d'ammoniaque et 2 équivalents d'acide qui forme, avec l'ammoniaque et la potasse, des sulfates neutres d'ammoniaque et de potasse; aussi le sulfazidate de potasse, chauffé avec un excès de potasse, donne-t-il lieu tout à la fois à du sulfate de potasse et à un dégagement d'ammoniaque et d'oxygène.

» L'acide sulfazidique s'unit très-bien à la baryte, à la chaux, à l'oxyde de plomb et à toutes les bases en général; mais, comme les autres acides ne sont stables qu'en présence des alcalis, il s'ensuit que, pour obtenir les sels sulfazotés de baryte, de chaux et de plomb, il faut avoir recours aux doubles décompositions. Mais alors il se forme des sels doubles insolubles.

» Les sels sulfazotés ne produisent aucun trouble dans les sels de strontiane : de là un nouveau réactif très-sensible pour distinguer ceux-ci des sels barytiques.

» Tels sont les faits principaux qu'offre le Mémoire de M. Fremy.

» Comment, d'après ces faits, doit-on interpréter la composition des acides sulfazotés? Doit-on les regarder comme des composés de soufre, d'oxygène, d'hydrogène et d'azote, ou comme des composés d'un certain nombre d'équivalents d'un acide du soufre, d'acide azoteux et d'eau?

» Par exemple, les trois acides sulfazeux, sulfazique, sulfazotique contiennent :

Le premier,

3 équivalents de soufre
12 équivalents d'oxygène
1 équivalent d'azote
3 équivalents d'hydrogène

$= S^3 Az O^{12} H^3$;

le second,

4 équivalents de soufre
14 équivalents d'oxygène
1 équivalent d'azote
3 équivalents d'hydrogène

$= S^4 Az O^{14} H^3$;

le troisième,

5 équivalents de soufre	
16 équivalents d'oxygène	$= S^5 AzO^{16} H^3$.
1 équivalent d'azote	
3 équivalents d'hydrogène	

» Or, on peut supposer que les molécules d'acide sont formées des éléments groupés ensemble à l'état quaternaire, comme on le voit dans les formules ci-dessus, ou bien que chaque équivalent d'acide contient pour 1 équivalent d'acide azoteux, et pour 3 équivalents d'eau, savoir :

L'acide sulfazeux.....	3 équivalents d'azide sulfureux.
L'acide sulfazique....	4 équivalents d'acide sulfureux.
L'acide sulfazotique...	5 équivalents d'acide sulfureux.

» Dans le premier cas, les formules sont compliquées; dans le second elles sont simples et représentent des corps déjà connus; mais, unis ensemble, ils concourent à former des corps nouveaux.

» D'ailleurs, dans les deux hypothèses, les phénomènes s'expliquent aisément. Le dégagement d'oxygène, la production de l'ammoniaque sont faciles à concevoir. Il est vrai qu'on ne saurait faire les sulfazites, les sulfazates, les sulfazotates en versant du sulfite de potasse dans de l'azotite de potasse très-alcalin; mais le sulfammonate se prépare très-bien par ce procédé, et, de plus, ne sait-on pas que l'acide sulfureux s'unit à l'acide azoteux et à l'eau, de manière à former un acide particulier qu'on retrouve dans les chambres de plomb, et dont la nature est la même.

» Nous sommes loin d'assurer toutefois que les éléments sont groupés ainsi; ils pourraient l'être, comme nous l'avons dit d'abord et comme l'auteur est tenté de le croire, en observant que les acides alors seraient en quelque sorte des acides organiques dans lesquels le soufre remplacerait le carbone. Cette question est la même que celle qui a pour objet de savoir si un sulfate est formé de soufre, d'oxygène et de métal, ou d'acide sulfurique et d'oxyde, etc.

» Cette dernière supposition est plus commode pour l'explication des faits, et voilà pourquoi elle est préférée par les chimistes.

» Quoi qu'il en soit, le Mémoire de M. Fremy est rempli d'observations nouvelles, nombreuses, inattendues. C'est un grand et beau travail qui exigeait beaucoup d'habileté, de sagacité; et si, par ses recherches multipliées et importantes, M. Fremy ne s'était placé à un rang élevé en chimie, son nouveau Mémoire le lui assignerait sans aucun doute.

» Nous avons l'honneur de proposer à l'Académie d'en ordonner l'impression dans le *Recueil des Savants étrangers.* »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

M. **Arago** fait un Rapport verbal sur un ouvrage écrit en anglais et ayant pour titre : « Trois rapports sur des perfectionnements apportés dans la construction des chemins de fer et le système de locomotion des véhicules qui circulent sur ces chemins; par M. **Robert Mallet**. Londres, 1845. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ASTRONOMIE. — *Premier Mémoire sur la théorie d'Uranus; par* M. **U.-J. Le Verrier**.

(Commissaires, MM. Arago, Damoiseau, Sturm, Liouville.)

« Il existe, aux confins de notre système planétaire, un astre dont on n'a pu, jusqu'à ce jour, calculer le mouvement avec exactitude. Uranus, dès l'époque de sa découverte, embarrassa les astronomes par la lenteur de son mouvement propre; et ce ne fut pas sans peine qu'on parvint à s'assurer que l'astre, reconnu par Herschel, était une nouvelle planète. Cette première difficulté ayant été surmontée, on arriva, en peu d'années, à connaître les éléments du mouvement elliptique d'Uranus d'une manière passable; d'autant plus qu'on put s'aider d'observations faites longtemps avant la découverte. Plus tard, lorsqu'une série d'observations exactes, embrassant trente à quarante années, eut été faite, lorsque les perturbations dues aux actions de Jupiter et de Saturne eurent été calculées, on reprit la théorie d'Uranus, et l'on dut croire qu'avec ces secours on atteindrait à la perfection désirable. Mais les résultats de ces recherches ont été loin de répondre aux espérances qu'on avait conçues; et chaque jour Uranus s'écarte de plus en plus de la route qui lui est tracée dans les Éphémérides.

» Cette discordance préoccupe vivement les astronomes, qui ne sont pas habitués à de pareils mécomptes. Déjà elle a donné lieu à un grand nombre d'hypothèses. On est même allé jusqu'à mettre en doute que le mouvement d'Uranus fût rigoureusement soumis au grand principe de la gravitation universelle.

» Dans le courant de l'été dernier, M. Arago voulut bien me représenter que l'importance de cette question imposait à chaque astronome le devoir de concourir, autant qu'il était en lui, à en éclaircir quelque point. J'aban-

donnai donc momentanément, pour m'occuper d'Uranus, les recherches que j'avais entreprises sur les comètes, et dont plusieurs fragments ont déjà été communiqués. Telle est l'origine du travail que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie.

» Pour établir avec précision la théorie d'une planète, dont le mouvement est déjà approximativement connu, il faut, premièrement, entreprendre une série d'observations exactes et nombreuses, réparties sur un intervalle de temps considérable. Il faut, en second lieu, en se basant sur les lois de la gravitation universelle, et en tenant compte de l'influence de toutes les masses, rechercher avec soin la forme des expressions analytiques propres à représenter à une époque quelconque les coordonnées de l'astre. Ces deux premières parties de la question sont indépendantes l'une de l'autre. Il reste ensuite à les rapprocher, à conclure des observations les valeurs précises des constantes qui sont restées indéterminées dans les formules, et qu'on a dû réduire au plus petit nombre possible.

» Nous trouvons, dans les registres de l'Observatoire de Paris, depuis 1801 jusqu'en 1845, tout ce qu'on peut désirer sur les observations de la planète. Et depuis 1781 jusqu'en 1801 nous pouvons recourir aux observations faites à Greenwich.

» Le Mémoire actuel a pour but d'établir la forme et la grandeur des termes que les actions perturbatrices de Jupiter et de Saturne introduisent dans les expressions des coordonnées héliocentriques d'Uranus. Les formules, ainsi obtenues, seront comparées aux observations de Paris et de Greenwich dans une seconde communication.

» Saturne est la planète qui a la plus grande influence sur la marche d'Uranus. Les perturbations qui résultent de son action avaient été calculées dans la *Mécanique céleste*, en faisant usage des Tables des coefficients fondamentaux données dans cet ouvrage, et en bornant les approximations à certaines puissances peu élevées des excentricités et des inclinaisons, à certains multiples peu considérables des longitudes moyennes. Les puissances plus élevées des excentricités et des inclinaisons, les multiples supérieurs des longitudes moyennes, avaient été négligés dans le but de se débarrasser d'une partie pénible du calcul, mais sans qu'on se fût assuré d'une manière rigoureuse qu'il ne s'y rencontrerait aucun terme sensible. Enfin on n'avait pas tenu compte, dans la position de Saturne, des inégalités qu'y introduit l'action de Jupiter.

» Je n'ai pas cru devoir, dans ces recherches, me borner à vérifier simplement les nombres antérieurement donnés. Il m'a paru nécessaire de reprendre

le travail en son entier sur de nouvelles bases, et de manière à ne plus laisser planer la plus légère incertitude sur aucune des parties de cette importante théorie.

» Et d'abord, j'ai poussé les approximations aussi loin qu'il était nécessaire, pour qu'il fût parfaitement démontré que je n'avais omis aucune inégalité supérieure à un *vingtième* de seconde. Nulle perturbation n'a été négligée parce qu'on la présumait insensible. Toutes ont été déterminées avec la même rigueur; et ce n'est qu'après leur calcul complet, qu'on a jugé si l'on devait les conserver, ou si leur excessive petitesse devait les faire omettre.

» En m'écartant de la route suivie par la *Mécanique céleste*, j'ai dû chercher ailleurs des moyens de vérification. Or, non-seulement je les ai multipliés sur tous les points de mon travail, mais encore je me suis décidé à traiter complétement la question par deux méthodes distinctes, qui n'ont de commun que les résultats définitifs. La concordance de ces résultats devait exclure toute chance d'erreur.

» On doit regarder comme très-précieuses les méthodes qui, comme celles de la *Mécanique céleste*, conduisent à déterminer isolément l'un de l'autre chacun des nombres d'une théorie. Elles permettent de traiter les différents points d'une question, sans qu'une erreur, commise sur l'un d'eux, influe sur les autres. Il ne me paraît pas cependant qu'on puisse, avec une entière sécurité, suivre cette marche pour l'ensemble d'un travail, quand on ne connaît aucune relation à laquelle doivent satisfaire les résultats obtenus, et qui puisse servir à les vérifier. J'ai donc préféré commencer par l'emploi d'une méthode qui fournit simultanément toutes les inégalités. Cette dépendance mutuelle fait que si le travail n'est pas complétement exact, il est nécessairement faux de tout point. Or, on conçoit parfaitement qu'il est plus facile d'échapper à cette seconde alternative qu'aux chances multiples d'une erreur isolée.

» Reprenons, en effet, après avoir traité toutes les perturbations simultanément, reprenons le calcul d'une seule d'entre elles par une méthode directe; sa vérification entraînera celle du travail entier. Mais, si au lieu de se borner à contrôler ainsi une seule des inégalités, on détermine successivement chacune d'entre elles par un calcul direct, et s'il arrive que les nouveaux résultats coïncident avec les premiers, toute espèce d'erreur deviendra impossible.

» C'est ce double travail que j'ai cru devoir faire dans la circonstance actuelle, à cause de l'importance majeure de la question. La seconde détermination des inégalités n'a d'ailleurs fait découvrir aucune inexactitude dans la première; et il devait en être ainsi.

» Dans la première des deux méthodes que j'ai suivies, je n'ai fait aucun usage des Tables fondamentales données dans le VIe chapitre du VIe livre de la *Mécanique céleste*. Elles m'étaient indispensables dans la seconde méthode; mais je ne les ai employées qu'après les avoir recalculées en entier par une marche différente de celle qu'on avait suivie, et qui était sujette à quelques incertitudes.

» Enfin, le travail actuel m'a conduit à une nouvelle détermination des inégalités séculaires de l'orbite d'Uranus. Cette détermination s'accorde, jusque dans les dernières décimales, avec les résultats que j'avais trouvés, par une autre voie, dans un Mémoire présenté à l'Académie en 1841, et inséré dans les *Additions* à la *Connaissance des Temps*. Me sera-t-il permis de rappeler ici que plusieurs autres parties de ce Mémoire de 1841 ont déjà subi favorablement l'épreuve de la comparaison aux observations, soit dans ce qui concerne les inégalités séculaires de Mercure, soit dans ce qui se rapporte au mouvement de l'orbite de la Terre? (*Voir* un Rapport de M. Struve sur un travail de M. Peters.)

» Les perturbations, dues à l'action de Jupiter, ont été calculées également avec le soin convenable.

» En général, les nouvelles expressions des inégalités périodiques, comparées terme à terme à celles qui ont été employées dans les Tables en usage, n'en diffèrent pas considérablement. On pouvait s'y attendre. Mais si chacune des différences, prise isolément, n'est pas très-grande, il n'en est pas de même de leur ensemble; d'autant plus qu'elles s'ajoutent à plusieurs inégalités dont il me reste à parler.

» Le mouvement de Saturne éprouve, de la part de Jupiter, de grandes perturbations qu'il est impossible de négliger, dans le calcul des inégalités d'Uranus. J'en ai tenu compte avec toute la rigueur possible, et de manière à n'omettre aucun terme dépendant du carré de la force perturbatrice, qu'après m'être assuré, en le calculant, qu'il était négligeable.

» J'ai dû commencer par déterminer les inégalités sensibles de l'orbite de Saturne; savoir : celles du grand axe, du moyen mouvement et de la longitude de l'époque; celles de l'excentricité et du périhélie. En sorte que cette théorie d'Uranus m'a entraîné à traîter en grande partie la théorie de Saturne.

» Le calcul des termes, dépendants du carré des masses, est donc très-compliqué; il demande, en outre, une grande attention si l'on veut, d'une part, obtenir tous les termes sensibles, et, de l'autre, ne pas s'exposer à regarder comme telles des expressions qui auraient disparu, si l'on avait poussé

plus loin les approximations. Je me suis débarrassé d'une grande partie des termes, en démontrant qu'ils se détruisaient entre eux, soit dans les expressions totales des perturbations des éléments, soit dans la valeur complète des perturbations de la longitude vraie.

» La valeur définitive que j'adopte pour la grande inégalité, due au carré de la force perturbatrice, et dont la période est d'environ 1600 ans, ne s'accorde pas avec celle qui avait été donnée dans d'autres ouvrages. J'en indique la cause : on avait omis des termes tout à fait comparables à ceux qu'on avait conservés. Si ces nouveaux termes ne dépendent pas d'un aussi petit diviseur, et semblent par là moins sensibles, d'un autre côté, ils sont d'ordres moins élevés par rapport aux excentricités, ce qui établit la compensation.

» Enfin, j'ai trouvé un certain nombre de petits termes qui n'avaient pas été donnés, et qui, ajoutés à d'autres du même ordre de grandeur, ne sauraient être négligés.

» En réunissant toutes les différences, on trouvera pour l'excès de la théorie actuelle sur celle des Tables publiées en 1821, l'expression suivante, dans laquelle v est la longitude héliocentrique d'Uranus ; ζ, ζ', ζ'' désignant d'ailleurs les anomalies moyennes d'Uranus, de Saturne et de Jupiter :

$$\begin{aligned}
\delta v = &+ 32'',74 \sin(2\zeta'' - 6\zeta' + 3\zeta + 358^\circ 58' 2'')\\
&+ 7,87 \sin(2\zeta'' - 6\zeta' + 2\zeta + 47^\circ 22')\\
&+ 1,82 \sin(\zeta' - 3\zeta + 232^\circ 34')\\
&+ 1,48 \sin(\zeta' - 2\zeta + 180^\circ 0')\\
&+ 4,03 \sin(2\zeta' - 5\zeta + 313^\circ 29')\\
&+ 1,52 \sin(\zeta'' - 2\zeta' + \zeta + 180^\circ 0')\\
&+ 2,04 \sin(\zeta'' - 3\zeta' + \zeta + 192^\circ 45')\\
&+ 1,28 \sin(\zeta'' - 4\zeta' + 3\zeta + 337^\circ 2')\\
&+ \text{etc.} \quad \text{etc.}
\end{aligned}$$

» Il resterait à comparer la théorie précédente avec les observations. Mais je ne pourrais pas le faire actuellement d'une manière complète. Il me faudra, auparavant, examiner l'influence de plusieurs causes qui ont pu introduire des erreurs notables dans les éléments de la théorie d'Uranus. Ces causes sont, au reste, tout à fait étrangères aux actions de Saturne et de Jupiter, que je m'étais proposé d'examiner ici. Les remarques suivantes présenteront cependant, dès à présent, quelque intérêt.

» Laissons de côté l'inégalité dont la période est de 1600 ans, et qui, par la lenteur de son mouvement, ne saurait avoir une grande influence sur l'exactitude présente des Tables. Si nous ne nous arrêtons qu'aux perturbations dont la valeur a complétement changé dans l'intervalle des observa-

tions que nous pouvons comparer entre elles, nous trouverons : que la somme de tous les écarts individuels qui proviennent de la comparaison des perturbations que je donne, avec celles qui sont comprises dans les Tables, s'élève à 29″ sexagésimales. Mais, comme tous ces écarts n'atteignent pas ensemble leur maximum, l'erreur définitive qui en peut résulter sur la longitude n'est environ que les deux tiers du nombre précédent.

» On se tromperait, toutefois, si l'on bornait là l'influence que le peu de précision de la théorie a dû avoir sur l'exactitude des Tables. Nous apprécierons mieux cette influence par ce qui suit.

» Lorsque, dans le but de déterminer les éléments du mouvement elliptique d'Uranus, on a recours aux observations, on doit commencer par retrancher des positions observées la valeur calculée des perturbations : le reste de la soustraction représente le lieu elliptique de l'astre. Si donc les perturbations sont inexactement calculées, les positions elliptiques se trouveront empreintes des mêmes erreurs changées de signes : erreurs qui passeront, en s'aggravant peut-être, dans les éléments de l'orbite. La multiplicité des positions employées ne remédiera d'ailleurs en rien à cet inconvénient, puisqu'elles seront toutes empreintes des mêmes erreurs systématiques.

» Appliquons ces considérations au cas où l'on voudrait baser des Tables d'Uranus sur des observations comprises entre 1790 et 1820. Si l'on s'en tient à l'ancienne théorie des perturbations, il en résultera nécessairement sur le moyen mouvement annuel n, sur la longitude de l'époque ε, sur l'excentricité e et sur la longitude ϖ du périhélie, les erreurs suivantes :

$$\begin{aligned} \delta n &= +\ 0'',87, \\ \delta\varepsilon &= -\ 4,8, \\ 2\,\delta e &= -\ 20,4, \\ \delta\varpi &= -\ 24,5. \end{aligned}$$

Or, on peut s'assurer que par ce fait de l'inexactitude des éléments elliptiques, la longitude des éphémérides devra être trop forte de plus de *quarante* secondes sexagésimales au moment de l'opposition de 1845. Tel est effectivement le sens de l'erreur des Tables actuelles. Seulement, l'écart est plus considérable, et le surplus peut tenir à d'autres causes dont j'apprécierai l'influence dans un second Mémoire. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Mémoire sur la détermination des formes à adopter dans la construction des arches de ponts droits, pour obtenir une très-grande stabilité; par* M. **Yvon Villarceau.** (Extrait.)

(Commissaires, MM. Poncelet, Liouville, Piobert, Lamé.)

« Les travaux des ingénieurs et des géomètres sur la théorie de l'équilibre des voûtes ont eu principalement pour objet, depuis Coulomb, l'examen de la stabilité des voûtes construites ou projetées. Malgré les savantes recherches auxquelles ils se sont livrés, les solutions proposées sont encore loin de satisfaire aux exigences de l'art de l'ingénieur : elles ne peuvent offrir à celui-ci que des moyens peu directs et assez incertains, pour modifier les constructions dont elles ont fait connaître l'instabilité. On conçoit, toutefois, qu'après une suite d'essais plus ou moins nombreux, on parvienne, à l'aide de ces moyens, à trouver des formes qui satisfassent aux conditions d'équilibre indiquées par les méthodes en usage. Mais aussitôt que l'on consent à apporter quelques modifications dans la courbure de l'intrados et de l'extrados, ou dans les épaisseurs des voussoirs, on peut envisager la question sous un autre point de vue et se proposer de déterminer complétement la forme de la voûte, de manière qu'il en résulte une construction jouissant de la plus grande stabilité possible, assujettie d'ailleurs à de certaines conditions particulières provenant de la fixation, à priori, de la flèche et de l'ouverture de l'arche, puis de la charge qui doit s'élever au-dessus du plan horizontal tangent à l'extrados. Le problème ainsi posé est celui qui se présente ordinairement dans la pratique. L'objet du présent Mémoire est de faire connaître les résultats auxquels nous sommes parvenu, en nous bornant à l'examen du cas le plus important des arches de pont en berceaux terminés par des plans de tête perpendiculaires à l'axe, celui d'une arche chargée d'un massif de maçonnerie terminé supérieurement par un plan horizontal.

» La solution que nous proposons conduit à des formes de l'intrados, différentes de celles généralement en usage, mais dont le tracé peut néanmoins s'effectuer par les procédés qu'on emploie lorsqu'il s'agit d'anses de panier. En cela, nous nous conformons aux habitudes des ingénieurs; seulement, il arrive à ceux-ci de déterminer les rayons de courbure, de manière à donner à l'intrados une forme qui s'approche le plus possible de celle d'une demi-ellipse, ou de n'employer qu'un seul arc de cercle, sans qu'aucune raison les porte à préférer ces courbes à d'autres, sinon la simplicité de leur con-

struction; tandis que, de notre côté, nous déterminons une loi de variation des rayons de courbure, différente de celle qui a lieu dans l'ellipse et dans le cercle où cette variation est nulle.

» L'importante question qui consiste à déterminer l'épaisseur de la voûte à la clef, à l'égard de laquelle on est à peu près réduit à l'emploi des règles empiriques données par Péronnet, trouve sa solution mathématique dans l'emploi des formules auxquelles nous sommes conduit. C'est du calcul de cette dimension que dépend ensuite le calcul des autres parties de la voûte; et, suivant la valeur que prend cette quantité, on juge s'il y a ou non compatibilité entre les données du projet.

» La question non moins importante de la poussée contre les culées, dont la solution sert de base aux calculs relatifs à l'établissement de ces dernières, est également résolue au moyen de nos formules, dès que la détermination de l'épaisseur à la clef a été effectuée.

» Les résultats que nous venons d'énumérer peuvent en outre être obtenus par l'emploi de procédés graphiques, fondés sur le tracé des courbes au moyen de leurs rayons de courbure. Nous donnons, à la suite de la solution analytique du problème, une solution graphique dont l'exactitude ne dépend que de celle des tracés, et se trouve, par suite, suffisante dans le plus grand nombre des cas.

» Nous avons cru devoir faire précéder l'exposé de notre théorie, d'une discussion sur l'indétermination du problème des voûtes en berceau, indétermination qui ne peut être levée qu'en ayant égard à la compressibilité de la matière des voussoirs; mais la théorie de la déformation des corps solides, d'une structure analogue à celle des pierres à bâtir, nous a paru trop peu avancée pour tenter utilement d'en faire la base d'une théorie de l'équilibre des voûtes. Nous avons donc dû diriger nos recherches d'un autre côté, en nous proposant d'obtenir des résultats indépendants, autant que possible, de la compressibilité des matériaux. Nous croyons avoir atteint notre but, en substituant à la voûte considérée une construction purement idéale, dont on peut soumettre toutes les circonstances au calcul, sans craindre d'y rencontrer l'indétermination dont nous venons de parler, et telle, néanmoins, qu'en la comparant à une construction réelle correspondante, on puisse affirmer évidemment que, si elle est en équilibre, il en sera de même, *à fortiori*, pour la construction réelle.

» La considération des différents modes d'action des matériaux qui composent le massif, sur les voussoirs, met en évidence une autre indétermination qui se présente à un haut degré dans les voûtes extradossées *en gradins;*

elle donne en même temps l'explication de certains phénomènes de rupture des voussoirs, dans le sens perpendiculaire aux plans de joint, accidents qui se produisent fréquemment dans les voûtes appareillées de la sorte. Nous sommes obligés, pour lever la difficulté qui résulte de cette indétermination, de substituer à l'arrangement ordinaire des matériaux du massif, une autre disposition idéale présentant quelque analogie avec les constructions usitées, et qui jouit de la propriété de donner lieu à des pressions normales à l'extrados et déterminées. On se figurera cette disposition idéale, en détachant des voussoirs la partie qui donne lieu à l'appareil *en gradins*, de manière qu'il en résulte, d'une part, une surface extrados continue, et, d'autre part, une série de prismes triangulaires à base de triangles rectangles, dont les faces correspondant aux hypoténuses sont en contact avec l'extrados, tandis que les deux autres faces rectangulaires sont, l'une horizontale et l'autre verticale : il faudra ensuite concevoir chaque prisme triangulaire chargé, sur sa face horizontale, d'un prisme vertical qui s'élève jusqu'au tablier. Il est facile de voir que l'action des matériaux du massif sur les reins de la voûte, provenant de l'arrangement idéal que nous considérons, est la même que si la voûte était chargée d'un fluide ayant la densité et la forme de ce massif. Nous aurions pu, comme plusieurs auteurs, partir immédiatement de l'hypothèse de la fluidité ; mais il nous a paru bon d'indiquer à quel mode de disposition répond cette hypothèse que nous adoptons, d'accord en cela avec les plus savants ingénieurs : nous devons, à cet égard, engager les constructeurs à se conformer aux conséquences qui en découlent, en adoptant eux-mêmes des dispositions qui soient propres à les réaliser, ou se rapprochent le plus possible de celle que nous avons décrite et soumise au calcul.

» L'application des équations de l'équilibre au système idéal dont nous nous occupons ne peut se faire sans restrictions : ces équations ne sont satisfaites, ainsi que l'a fait remarquer M. Poncelet, que lorsque les corps, après avoir été comprimés ou distendus, sont parvenus à un état permanent, sous l'influence des forces extérieures. Les résultats que nous obtenons au moyen de ces équations sont donc uniquement relatifs à l'état de la voûte après le décintrement, et la question de l'*inflexion* reste entière : on observera toutefois que nous fournissons les moyens de l'aborder, en déterminant la forme finale de la voûte. Quoique nous ne traitions point cette question, nous indiquerons cependant les causes qui peuvent produire l'*inflexion* et les moyens d'en éviter les principales. L'une de ces causes est dans la diminution de longueur de l'arc de voûte, provenant de la compression du mortier dans les joints; il importerait donc de diminuer l'épaisseur de ceux-ci, et d'employer, comme le font déjà d'habiles

constructeurs, des ciments ou mortiers qui se solidifient avant que les effets de la compression puissent se produire. Mais une autre cause de l'*inflexion* provient de l'habitude où l'on est d'opérer le décintrement, avant d'avoir terminé la construction du massif qui charge la voûte. Or, il se trouve que les formes d'arches généralement adoptées ne s'éloignent pas considérablement de celles que la théorie assigne aux voûtes chargées; si donc ces formes conviennent à l'équilibre sous l'influence de la charge, elles ne conviennent plus en l'absence de cette charge, et la voûte, abandonnée à elle-même lors du décintrement, doit se déformer, ce qui arrive effectivement, en donnant lieu à un surbaissement. On éviterait la plus grande partie de cet effet, en n'opérant le décintrement qu'après avoir achevé la construction du massif : il pourrait bien encore se produire une déformation; mais elle serait générale et l'*inflexion* beaucoup moindre que dans le cas contraire, où la clef s'abaisse tandis que les reins se soulèvent. Le surbaissement final, provenant alors uniquement du resserrement des joints et de la compression des voussoirs, se trouverait considérablement diminué.

» Sous les restrictions qui précèdent, nous avons mis le problème en équation et ramené les principales difficultés analytiques à l'intégration de l'équation différentielle de la courbe intrados. Cette équation contient un radical recouvrant un polynôme du quatrième degré, et son intégration, qui dépend des fonctions elliptiques, exige, comme on sait, la décomposition du polynôme en ses facteurs du premier degré, ou la résolution d'une équation du quatrième. L'expression algébrique des racines est ici nécessaire pour conserver à la question toute sa généralité; nous avons pu l'obtenir par la réduction de ces racines en séries ordonnées suivant les puissances des épaisseurs, en bornant ici, comme dans tous nos calculs, l'approximation aux termes du second ordre, ce qui suffit parfaitement. A l'aide de développements analogues, nous avons réussi à éviter les fonctions elliptiques de troisième espèce, et obtenu une intégrale qui se simplifie notablement dans le cas ordinaire où la voûte et le massif peuvent être considérés comme ayant la même densité. La faible charge des voûtes de pont au-dessus de la clef rend le module peu différent de l'unité, de sorte que l'on peut aisément suppléer aux tables de fonctions elliptiques. Enfin nous présentons deux vérifications analytiques qui, jointes à des raisons énoncées dans le Mémoire, ne nous permettent pas d'avoir le moindre doute sur l'exactitude de nos formules.

» Nous bornons l'usage de l'équation de la courbe intrados à la détermination de l'épaisseur à la clef, regardant le calcul des différences finies comme plus praticable lorsqu'il s'agit de calculer une suite de coordonnées de divers

points d'une courbe : la méthode que nous indiquons à ce sujet fait tout dépendre de l'expression du rayon de courbure, et nous affranchit dès lors du besoin de recourir aux fonctions elliptiques.

» Les constantes introduites par l'intégration sont au nombre de trois. Ce sont : 1° la hauteur de la charge qui s'élève au-dessus de la clef, et qu'on peut, dans tous les cas, regarder comme donnée à priori; 2° l'épaisseur à la clef; 3° une ligne égale à la hauteur d'une colonne de la matière des voussoirs, dont le poids produirait, sur une base horizontale, la pression qui a lieu dans le joint supérieur. L'une de ces deux dernières constantes reste arbitraire dans les arches où, comme dans celles dites *en arc de cercle,* la direction du joint des naissances n'est point fixée : nous donnons les raisons qui peuvent décider à prendre arbitrairement la troisième constante, dans de certaines limites que nous indiquons, de sorte que l'épaisseur à la clef en résulte. Dans les arches *en anse de panier,* où le joint inférieur est horizontal, les deux dernières constantes sont nécessairement déterminées; mais il peut se faire que leurs valeurs données par le calcul répondent à des pressions auxquelles les voussoirs soient incapables de résister; de là la nécessité de modifier les données dans un sens que nous faisons connaître. Quoi qu'il en soit, l'épaisseur à la clef est, ainsi que nous l'avons dit, l'inconnue à la détermination de laquelle se ramène la solution du problème. On n'en peut obtenir la valeur que par la méthode des approximations successives, dont l'application est singulièrement facilitée par l'emploi des procédés graphiques, lorsqu'on peut se contenter de l'exactitude qu'ils fournissent, et qu'on tient à éviter l'emploi des fonctions elliptiques. Nous donnons d'ailleurs, dans chaque cas, des valeurs approchées qui diffèrent assez peu des valeurs exactes de l'inconnue dont il s'agit, pour servir utilement de point de départ dans l'application de la méthode des approximations successives.

» Nous terminons notre Mémoire en présentant le résultat de comparaisons entre des arches établies suivant nos principes, et des arches en *arc de cercle,* ayant même épaisseur aux naissances. Ces dernières offrent moins de convexité vers les reins; et la différence des intrados paraît assez petite, pour qu'on soit tenté d'adopter l'arc de cercle, à cause de la facilité de sa construction. On tomberait néanmoins dans une grave erreur en admettant cette conséquence : en effet, nous faisons voir, dans le cas de l'*arc de cercle,* qu'à l'endroit où celui-ci s'écarte le plus de l'intrados construit suivant notre théorie, la résultante des pressions dans les joints peut se rapprocher de l'extrados, jusqu'à n'en être plus distante que d'une quantité égale au tiers de l'épaisseur des voussoirs : cela donne lieu, vers l'extrados, à des pressions

par unité de surface, doubles de celles qui ont lieu dans l'autre arche, tandis que la pression vers l'intrados décroît jusqu'à devenir nulle. Il est facile d'en conclure que les voussoirs devront, dans ce cas, présenter une résistance double de celle qui serait nécessaire en adoptant nos constructions. Les intrados des arches en *anse de panier* diffèrent aussi de nos courbes, par une moindre convexité vers les reins, et donnent lieu à des remarques analogues aux précédentes. La convexité vers les reins, dans les voûtes des arches de pont, présente des avantages dont il est bon de profiter : car, outre la plus grande facilité qui en résulte pour l'écoulement des eaux, elle offre un aspect agréable à l'œil, et un caractère de hardiesse que l'on aime à rencontrer dans les constructions de ce genre.

» *N. B.* Nous avons pris le soin de faire voir dans le n° 2 du Mémoire, comment le travail que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie est entièrement neuf dans le plus grand nombre de ses parties, malgré quelques points communs avec les articles sur l'*Équilibre des voûtes,* publiés par nous dans la *Revue de l'Architecture et des travaux publics.* »

PHYSIOLOGIE. — *Expériences sur le développement des os; par* MM. **Brullé** *et* **Hugueny.** (Extrait par les auteurs.)

(Commissaires, MM. Magendie, Serres.)

« Malgré les belles recherches de Duhamel, de M. Flourens, de MM. Serres et Doyère, le développement des os ne nous a pas paru complétement démontré. Duhamel a fait voir que les os reçoivent sur leur face externe des dépôts alternativement rouges ou blancs, suivant que les animaux soumis à ses expériences étaient nourris d'aliments mêlés de garance ou simplement d'aliments ordinaires. Ces dépôts successifs expliquent, indépendamment de leur coloration, l'augmentation des os en épaisseur. Quant à l'agrandissement de la cavité médullaire des os longs, et à l'augmentation en longueur de ces os, Duhamel les croyait dus à l'extension du tissu osseux lui-même, extension qu'il a cru démontrer dans les jeunes animaux. Le mouvement d'extension ayant été nié par suite des expériences d'autres physiologistes tels que Hunter et M. Flourens, la théorie de Duhamel était donc insuffisante pour expliquer le développement des os.

» M. Flourens, admettant, avec Duhamel, le dépôt de parties nouvelles à l'extérieur des os, a été plus loin que Duhamel en montrant : 1° qu'il se dépose aussi des parties nouvelles aux extrémités des os longs, ce qui explique leur développement en longueur, sans avoir recours à l'extension;

2° qu'il se produit à la face interne des os une résorption qui augmente la cavité médullaire. M. Flourens a donc fait faire un grand pas à la question en démontrant ces deux derniers résultats. Par conséquent, le développement des os a lieu, d'après ce savant physiologiste, par le concours de deux actions opposées, l'une se produisant à l'extérieur en déposant, soit sur le milieu, soit aux extrémités des os, de la substance nouvelle; l'autre ayant lieu à l'intérieur et entraînant une portion du tissu osseux. Seulement, suivant M. Flourens, ces deux actions se produiraient pendant toute la vie; d'où le renouvellement incessant des parties, le mouvement continuel de composition et de décomposition des organes.

» MM. Serres et Doyère se sont particulièrement occupés de la coloration des os par l'alimentation à l'aide de la garance. Ils ont nié le mouvement de composition et de décomposition parce qu'ils ont vu la coloration persister dans les os de certains animaux, tandis que Duhamel et M. Flourens avaient reconnu que, dans les animaux observés par eux, il se déposait des parties blanches à la surface des os, par suite du changement de régime.

» Les résultats les plus remarquables du travail de MM. Serres et Doyère sont la détermination des lois de la coloration, en ce sens qu'ils ont reconnu de quelle manière l'os se laisse pénétrer par la matière colorante de la garance et comment il ne devient pas rouge dans toute son épaisseur, mais seulement jusqu'à une profondeur peu considérable. Ils ont reconnu, comme M. Flourens, que la coloration pouvait se produire à la fois par l'extérieur et par l'intérieur, mais ils ont énoncé dans leur travail des résultats qui ne s'accordent pas avec ceux de M. Flourens.

» L'incertitude dans laquelle ces contradictions nous laissaient fut la cause des essais que nous tentâmes pour les expliquer. Nous sommes parvenus, après de longues recherches, à reconnaître que toute la question reposait sur une différence d'âge, que le mouvement d'accroissement, celui de résorption, ne duraient que pendant un certain temps; mais le développement des os n'était pas encore expliqué par là.

» Entre les recherches de Duhamel et celles de M. Flourens, le célèbre chirurgien anglais Hunter avait reconnu que la forme des os subissait des changements dont il essaya de se rendre compte par l'*absorption* agissant sur certaines parties. Cette absorption était nécessaire pour appliquer la diminution de volume des os vers les extrémités, diminution sans laquelle les têtes des os longs, par exemple, acquerraient un volume qu'elles ne présentent jamais. Il est à regretter, toutefois, que les expériences de Hunter n'aient pas été publiées avec des détails suffisants. Le peu de données que l'on

trouve à ce sujet dans les Œuvres de ce chirurgien, et qui ont été reproduites toujours de la même manière dans différents Recueils anglais, permet cependant de penser que Hunter avait reconnu le mécanisme du développement des os.

» De notre côté, nous étions parvenus aux mêmes résultats que Hunter avant de comprendre les siens. Ce n'est même qu'après avoir pu formuler notre théorie, que nous nous sommes expliqué celle de Hunter. Nous avons vu avec satisfaction que nous étions d'accord avec lui, et nous croyons avoir été plus loin que lui, non pas en démontrant, peut-être, que les mêmes actions se produisent à la face externe et à la face interne de l'os, mais en faisant voir que ces actions ont lieu sur chacune des deux faces, en des endroits différents. Ainsi, le mouvement d'accroissement aura lieu sur la face externe, et le mouvement de résorption se produira sur la face interne, dans des régions correspondantes, pendant tout le temps que dure le développement d'un os. Nous avons reconnu, en outre, que la cavité médullaire diminue après un certain temps, et qu'enfin l'os cesse de croître d'une manière sensible lorsqu'il est arrivé à l'état parfait. On doit, par conséquent, admettre dans l'os, avec M. Flourens, un double mouvement, l'un de formation ou mieux d'accroissement, et l'autre de résorption; mais on ne doit pas, suivant nous, le supposer produit pendant toute la vie. On doit par conséquent aussi reconnaître, avec MM. Serres et Doyère, des cas où ce double mouvement ne se produit pas, puisqu'il arrive un moment où l'os ne paraît pas subir de changements appréciables.

» Il résulte donc de ce qui précède, que la théorie du développement des os ne peut pas consister simplement dans l'accroissement des os par des parties nouvelles qui se déposent à l'extérieur, et dans l'agrandissement de la cavité médullaire par la résorption, à l'intérieur, d'une portion du tissu précédemment formé.

» S'il en était ainsi, en effet, les os ne tarderaient pas à acquérir un développement en diamètre qui ne saurait répondre à celui qu'ils obtiennent en réalité. La tête d'un os encore en voie d'accroissement devrait se trouver entièrement comprise dans le diamètre du même os, parvenu à un état plus avancé; or c'est ce qui n'arrive pas.

» Si l'on compare entre eux deux os d'âge différent, on reconnaît qu'une portion de chaque tête de l'os le plus jeune a dû disparaître. Par conséquent il a dû se produire, dans cette région, une action comparable à celle qui se manifeste à l'intérieur de l'os.

» Cette action est d'ailleurs indiquée par l'aspect de la surface externe de

l'os, aspect tout à fait comparable à celui de la surface interne, lorsque celle-ci est soumise à la résorption.

» Elle est également indiquée par la disposition mamelonnée de la face interne du périoste en ces parties, disposition qui se retrouve à la face interne de la membrane médullaire, lorsque celle-ci opère la résorption.

» Par conséquent, la membrane médullaire et le périoste jouent exactement le même rôle à l'égard de l'os. Ils servent l'un et l'autre à déposer des portions nouvelles sur certaines régions et à faire disparaître des portions anciennes sur d'autres régions.

» L'identité des fonctions de la membrane médullaire et du périoste a d'ailleurs été reconnue par M. Flourens, dans des cas où, suivant son expression, l'action de l'une de ces deux membranes se trouve accrue par la destruction de l'autre.

» Il existe d'ailleurs une sorte d'antagonisme dans la manière d'agir des deux périostes, l'externe et l'interne, sur chaque face de la table d'un os. Si une portion de la face externe d'un os est en voie d'accroissement, la portion correspondante de sa face interne est ordinairement en voie de résorption.

» L'allongement du corps des os longs peut s'expliquer, suivant nous, de la manière suivante. A mesure qu'il se dépose aux extrémités d'un os long de la substance nouvelle, ce qui a lieu, pour les os jeunes, entre l'épiphyse et la diaphyse, d'autre substance est enlevée sur le pourtour de ces extrémités. En même temps, de la substance nouvelle est déposée à l'intérieur de l'os, vers chaque extrémité. Par là, l'os acquiert d'un côté ce qu'il perd de l'autre, et il conserve toujours en même temps une épaisseur suffisante.

» Ces phénomènes s'arrêtent au bout d'un certain temps; c'est alors que l'os est parvenu à sa grosseur définitive. Il ne paraît plus se produire dans ce cas qu'un accroissement tout à fait intérieur, qui augmente la densité de l'os. Cet accroissement semble indiqué par les taches rouges que présente çà et là le tissu osseux, autour de certains canalicules, dans les animaux dont les os ne se colorent sensiblement ni à la face externe, ni à la face interne.

» Le moment où il ne se produit plus de coloration dans l'os, et que l'on doit regarder comme indiquant son état adulte, est en outre manifesté par la présence d'une couche définitive, d'une sorte de vernis, car l'on peut se servir de cette expression pour caractériser l'aspect particulier de cette couche. La surface de l'os est alors tout à fait lisse, ce qui n'arrive jamais tant qu'il s'y dépose des parties nouvelles. La cavité médullaire a reçu, de son côté, une certaine quantité de tissus spongieux, qui vient en diminuer l'étendue.

» C'est sous la couche définitive que nous avons remarqué par transparence, dans les os de pigeon, des régions rouges et d'autres blanches, diversement situées dans les différents os. Cette variété dans la coloration d'un même os nous avait fait admettre d'abord la décoloration partielle du tissu osseux; mais, aujourd'hui, la résorption qui a lieu sur certaines régions seulement de la surface des os en voie d'accroissement, nous permet de comprendre les nuances diverses de la coloration.

» Voici donc comment se résume, pour nous, la théorie du développement des os :

» 1°. Il y a dépôt de parties osseuses nouvelles, soit à la face externe, soit à la face interne des os, mais non pas sur toute l'étendue de chacune de ces deux faces à la fois;

» 2°. Les régions de chacune des deux faces de l'os où ce dépôt ne se produit pas, sont le siége de la résorption;

» 3°. Ces faits se passent à la face interne comme à la face externe des os, mais de telle manière que, s'il y a résorption sur une des faces, il y a ordinairement dépôt sur la face opposée;

» 4°. L'augmentation des os en diamètre a lieu par le dépôt de parties nouvelles à la face externe, ainsi que l'ont remarqué Duhamel et M. Flourens;

» 5°. L'augmentation des os en longueur se fait par deux moyens. Les extrémités reçoivent des parties nouvelles : c'est ce que M. Flourens a très-bien reconnu; le corps est soumis à la résorption dans les parties voisines des extrémités, comme Hunter paraît l'avoir indiqué;

» 6°. Les épiphyses se développent séparément, à la manière des os courts, c'est-à-dire par l'addition de substance nouvelle sur certaines parties, et par la résorption sur d'autres parties;

» 7°. Les os plats se présentent, sous le rapport de leur développement, comme les os longs. Ils sont soumis au dépôt de parties nouvelles, et à la résorption de parties anciennes, pour ce qui concerne, du moins, leur face externe;

» 8°. Le périoste et la membrane médullaire sont alternativement les organes du dépôt et de la résorption des parties osseuses : chacune de ces deux membranes a donc les mêmes propriétés que l'autre;

» 9°. Enfin, la mutation de la matière ne paraît consister que dans le mouvement d'augmentation et de résorption, du moins pour ce qui concerne le tissu osseux; elle n'est alors qu'un phénomène d'accroissement. »

CHIRURGIE. — *Sur le traitement des luxations congénitales du fémur; par* M. Pravaz. (Extrait par l'auteur.)

(Commission précédemment nommée, dans laquelle M. Lallemand remplacera feu M. Breschet. M. Piobert y est, de plus, adjoint, à raison d'un mécanisme dont on fait usage dans le procédé opératoire.)

« Le point théorique de la réductibilité des luxations congénitales de la hanche est résolu affirmativement aujourd'hui par les recherches anatomiques de MM. Simonin, Sédillot et J. Parise, mais il n'en est pas de même du point de pratique.

» L'Académie a montré tout l'intérêt qu'elle prenait à cette question, en décernant à M. Humbert une récompense pour avoir amélioré l'état de quelques sujets affectés de claudication par suite de déplacement congénital; elle m'a accordé à moi-même une mention honorable comme encouragement à de nouvelles recherches sur les moyens propres à réduire ces luxations, et à consolider le rapport des éléments articulaires; mais, en définitive, elle ne s'est prononcée ni sur le véritable caractère des résultats obtenus par M. Humbert, ni sur la valeur des faits que j'ai produits; or, il semble important pour l'honneur de l'art accusé d'impuissance, injustement à mon avis, et pour l'avantage d'un assez grand nombre d'infirmes, qu'une solution soit enfin donnée, par une haute autorité scientifique, à cette question litigieuse.

» C'est pour préparer cette solution que j'ai sollicité de l'Académie des Sciences, en 1843, la nomination d'une Commission chargée d'examiner un jeune sujet de Paris, affecté de luxation originelle du fémur à gauche, que je me proposais de soumettre à mon système de traitement. Cette demande m'a été accordée; la jeune infirme, après avoir été visitée par MM. Roux, Magendie et Breschet, a été conduite à Lyon, d'où je la ramène aujourd'hui guérie de sa luxation.

» Par une coïncidence heureuse, j'ai eu à traiter en même temps une autre jeune fille de quatre ans et demi, affectée de luxation congénitale double, qui avait été confiée à mes soins d'après le conseil de M. le professeur Marjolin. Je la présenterai de même guérie à MM. les Commissaires de l'Académie, avec les témoignages qui constatent authentiquement son état antérieur.

» J'espère que ces faits, observés et discutés complétement, lèveront enfin l'incertitude qui règne dans la science sur la possibilité de remédier à une infirmité, non-seulement nuisible au libre exercice des fonctions locomotrices, mais qui, au point de vue de l'obstétrique, peut encore avoir des inconvé-

nients graves pour les personnes du sexe qui en sont le plus fréquemment affectées.

» Le Rapport qui sera présenté à l'Académie développera, mieux que je ne pourrais le faire, les considérations qui rendent doublement désirable la réduction, en temps opportun, des luxations originelles du fémur. Pour moi, je me bornerai ici à quelques courtes observations sur les résultats d'expériences que j'ai recueillis depuis dix ans.

» Je dirai d'abord que la comparaison des deux cas de guérison que je suis venu présenter à la Commission nommée par l'Académie est d'un assez grand intérêt, en ce qu'elle établit une parfaite concordance entre les données anatomiques et les résultats variés de la pratique. Ainsi, elle conduit à cette conclusion assez inattendue, que la duplicité du déplacement, loin d'être une circonstance aggravante de l'infirmité, comme on serait disposé à le penser au premier aperçu, se prête au contraire plus facilement au rétablissement de l'intégrité des fonctions locomotrices.

» La symétrie que conserve le bassin des sujets affectés de double luxation, comparée à l'irrégularité que présente toujours cet os dans les cas de luxation d'un seul côté, explique très-bien les succès plus complets obtenus chez les infirmes de la première catégorie.

» Les symptômes que j'ai observés dans les premières semaines qui suivent la réduction offrent cette particularité remarquable d'être identiques à ceux qui accompagnent la luxation traumatique du fémur en devant, indiqués par Hippocrate, savoir, le gonflement et la douleur de la région inguinale, l'impossibilité de fléchir la jambe sur la cuisse, le trouble des fonctions de la vessie et du rectum.

» L'anatomie pathologique donne aussi la raison de cette conformité séméiologique. En effet, l'éminence ilio-pectinée étant fort déprimée et presque effacée dans les cas de luxation congénitale du fémur, les nerfs cruraux peuvent glisser facilement en dehors, avec les muscles *psoas* et *iliaque* entraînés par l'ascension du trochanter; de sorte que, lorsque la tête fémurale est ramenée en dedans par le fait de la réduction, ces nerfs sont véritablement refoulés et comprimés comme dans le cas où, leur position restant normale, la tête du fémur est luxée en devant.

» La plupart des chirurgiens qui ont écrit sur les luxations originelles de la cuisse se sont préoccupés beaucoup plus de la difficulté de les réduire que de celle de perfectionner le rapport des surfaces articulaires, et de rendre leur coaptation invariable; or, ainsi que l'avait fait pressentir Dupuytren, la

seconde indication est de beaucoup la plus épineuse et celle qui demande le plus de soins et de persévérance.

» Arrivé à cette période du traitement, l'art doit imiter la nature dans le procédé qu'elle emploie pour créer des *pseudarthroses*, c'est-à-dire faire jouer fréquemment l'extrémité articulaire du membre réduit contre la dépression plus ou moins prononcée qui occupe la place du cotyle normal.

» Des appareils contensifs qui maintiennent la contiguïté des éléments articulaires réciproques, des machines qui permettent le jeu de ces éléments les uns contre les autres, en supprimant l'action défavorable de la gravité, ont été inventés dans ce but et représentés par des dessins qui en montrent la disposition très-simple.

» L'inaction obligée à laquelle les sujets, en cours de traitement, sont condamnés pendant assez longtemps avant et après la réduction, est une circonstance propre à faire naître des craintes sur la conservation de leur santé, surtout lorsqu'ils sont dans le premier âge; une application heureuse du bain d'air comprimé a neutralisé l'influence pernicieuse du repos absolu, et maintenu contre elle l'intégrité des fonctions nutritives. »

CHIMIE LÉGALE. — *Note sur l'application de l'état sphéroïdal à l'analyse des taches produites par l'appareil de Marsh; par* M. **Boutigny** (d'Évreux).

(Commission des poisons métalliques.)

« Étant donnée *une tache* produite par l'appareil de Marsh, déterminer si elle est ou non arsenicale.

» La solution de ce problème par les anciens procédés analytiques est à peu près impossible; mais, en ayant recours à l'artifice qui suit, on peut facilement démontrer si la tache est due à de l'arsenic.

» On la circonscrit avec une baguette de verre mouillée préalablement dans de l'eau contenant $\frac{1}{100}$ d'acide nitrique pur; puis on fait tomber sur la tache une goutte de ce même acide au centième, de manière qu'elle ne soit en contact qu'avec 1 milligramme environ d'acide réel. On chauffe légèrement, et, quand la tache est arsenicale, elle disparaît presque immédiatement; elle est alors transformée en acides arsénieux et arsénique. On laisse refroidir la capsule, puis on fait arriver, sur la partie où se trouvait la tache, un courant d'acide sulfhydrique provenant de la décomposition de l'eau sur le sulfure de fer par l'influence de l'acide sulfurique, et bientôt apparaît une *tache jaune* où se trouvait primitivement la tache miroitante, toujours dans la supposition que la tache était arsenicale.

» Le dégagement de l'acide sulfhydrique du sulfure de fer est une condition *sine quâ non* du succès. Celui qui provient de la réaction du sulfure d'antimoine sur l'acide chlorhydrique, laissant toujours déposer du soufre, détruirait la netteté des réactions ultérieures.

» La tache jaune, obtenue comme il a été dit ci-dessus, est dissoute dans 1 gramme d'ammoniaque liquide et bien pure; on fait rougir une capsule en platine, et l'on y verse, goutte à goutte, la solution ammoniacale incolore qui passe à l'*état sphéroïdal.* Elle forme un sphéroïde très-aplati, dont le diamètre horizontal diminue sans cesse, son axe ou diamètre vertical restant invariable. Lorsque le sphéroïde s'est transformé en sphère, et qu'il n'a plus que le volume d'un petit pois, on le touche avec un tube mouillé dans l'acide chlorhydrique; alors le sphéroïde, d'incolore qu'il était, se colore en jaune; on y laisse tomber une goutte d'ammoniaque, et il se décolore pour se colorer de nouveau en jaune, si on le touche avec de l'acide chlorhydrique.

» Ces alternatives de coloration et de décoloration peuvent se reproduire presque indéfiniment. C'est là un caractère qui appartient exclusivement au sulfure d'arsenic, qui a de l'analogie, par la couleur, avec le sulfure de cadmium; mais ce dernier étant insoluble dans l'ammoniaque, les deux sulfures ne sauraient être confondus, et l'erreur est impossible.

» Lorsque les réactions qui précèdent ont été nettement obtenues, on place dans le sphéroïde un petit cristal de carbonate de soude du poids de 0,05; on soustrait la capsule à l'action de la chaleur, et on la pose sur un plan métallique; sa température s'abaisse rapidement, et le sphéroïde s'étale, presque immédiatement, sur la partie la plus déclive de sa surface. La petite masse saline qui en résulte est recueillie avec soin et placée au fond d'un tube scellé; on fait rougir la partie qui contient le sel en question, en tenant le tube dans une position horizontale, et presque aussitôt apparaît sur la paroi supérieure du tube la tache qui existait primitivement sur la capsule.

» Le tube étant refroidi, on le coupe de manière à isoler, autant que possible, *la partie tachée;* on la pulvérise dans un mortier d'agate, et on la projette sur un gros charbon en pleine combustion. On incline la tête au-dessus du charbon à 20 ou 30 centimètres, et l'on perçoit l'odeur alliacée de l'arsenic. Alors le doute n'est plus permis, la tache était arsenicale.

» Cette dernière expérience doit être faite dans une pièce fermée, pour éviter les courants d'air qui feraient dévier la vapeur arsenicale.

» J'ai déjà fait précédemment une application de l'*état sphéroïdal* à l'analyse d'une tache microscopique de sang. M. Chambert en a fait une autre en employant l'eau à l'état sphéroïdal comme agent comburant pour brûler

les matières organiques contenues dans les sels provenant de l'évaporation de l'urine (Voyez *Comptes rendus des séances de l'Académie*, séance du 2 juin 1845); je ne doute pas qu'avant peu on ne puisse citer d'autres résultats importants obtenus en étudiant la matière à l'état sphéroïdal. »

MÉDECINE. — *Recherches sur l'état du sang dans les maladies endémiques de l'Algérie ; par* MM. **Léonard** *et* **Foley.**

(Commissaires, MM. Andral, Rayer, Lallemand.)

« La fibrine, les globules et les matériaux solides du sérum conservent leur chiffre physiologique dans les fièvres intermittentes simples de l'Algérie. Ce résultat vient confirmer celui qui avait été obtenu à Paris par MM. Andral et Gavarret.

» Ce chiffre physiologique se conserve dans les cas où la fièvre intermittente revêt un caractère pernicieux. Toutefois si, dans le cours de la fièvre pernicieuse, il se produit vers quelque organe une congestion très-intense, la quantité de fibrine augmente.

» Dans les cas où la fièvre intermittente devient rémittente ou continue, la fibrine, les globules et les matériaux solides du sérum n'en restent pas moins en quantité normale.

» Lorsque la fièvre intermittente s'est longtemps prolongée, ou qu'elle a eu de fréquentes récidives, les différents principes du sang ci-dessus mentionnés diminuent de proportion; mais cette diminution porte surtout sur les globules, ce qui est en rapport avec ce qui avait été déjà observé par MM. Andral et Gavarret.

» Dans la dyssenterie, la quantité de la fibrine du sang augmente, mais non pas d'une manière constante; le degré de cette augmentation est en rapport avec l'intensité et l'acuité de la maladie. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Barrage mobile s'ouvrant et se refermant à temps opportun, de lui-même et sans intervention d'aucune force de main d'homme ; par* M. **Depercy.**

(Commissaires, MM. Pouillet, Piobert, Morin.)

MÉDECINE. — *Mémoire sur les bains tièdes ramenés à leur plus simple expression ; par* M. **Mayor.**

(Commission précédemment nommée pour une communication de M. *Mayor* fils relative au même sujet.)

M. **Voisin**, directeur du séminaire des Missions étrangères, adresse des échantillons d'*eau salée* et de *bitume* provenant des *puits artésiens chinois* décrits par M. *Imbert*. Ces échantillons ont été envoyés de Chine par M. *Bertrand*.

(Commissaires, MM. Dumas, Pelouze, Boussingault.)

M. **Martin** adresse des spécimens vivants de trois nouvelles espèces de *sangsues*.

(Commission précédemment nommée.)

M. **Letestu** demande que les *pompes à incendie* dont il est inventeur soient admises à concourir pour le prix de Mécanique de la fondation Montyon.

(Renvoi à la Commission du prix de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** adresse, pour la bibliothèque de l'Institut, un exemplaire d'un ouvrage intitulé *le Sahara algérien*, et la carte destinée à accompagner cet ouvrage.

M. le **Directeur général des Douanes** adresse un exemplaire du *Tableau général du commerce de la France avec ses colonies et les puissances étrangères pendant l'année* 1844.

M. **Ogilby**, secrétaire de la Société zoologique de Londres, accuse réception des *Comptes rendus de l'Académie* (1er semestre de 1845) envoyés pour la bibliothèque de la Société.

M. le **Maire de la ville de Calais** transmet des échantillons des terrains que la sonde a traversés, du 23 août au 19 septembre, dans le forage artésien qui s'exécute dans cette ville sous les auspices de l'administration municipale. L'administration espère que, d'après l'étude de ces spécimens et les remarques contenues dans une Lettre de M. l'ingénieur des Mines du département, MM. les Commissaires désignés par l'Académie pourront arriver à une conclusion relativement à l'opportunité de continuer le forage qui est déjà parvenu à une profondeur de 347 mètres.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée, à laquelle s'adjoindront MM. Élie de Beaumont et Dufrénoy.)

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouvel emploi de l'air comprimé pour l'exploitation des mines.* (Lettre de M. **Triger** à M. *Arago*.)

(Commissaires, MM. Dupin, Cordier, Beudant, Poncelet.)

« Depuis longtemps on parle, en France et en Angleterre, d'une foule de projets dans lesquels on se propose d'employer l'air comprimé comme force motrice; mais aucun de ces projets, je pense, n'a encore été mis à exécution jusqu'à présent; car rien de positif n'est encore venu à ma connaissance sur l'application utile de ce nouvel agent.

» Je viens vous annoncer qu'aujourd'hui cette application utile existe, et que, depuis trois mois bientôt, j'obtiens, de l'emploi de l'air comprimé comme moteur, des résultats on ne peut plus satisfaisants, pour l'exploitation de la houille dans le département de Maine-et-Loire.

» La houille de cette contrée étant généralement intercalée entre des roches d'une dureté excessive qui forment souvent avec l'horizon des angles de 35 à 40 degrés, j'ai cru devoir adopter comme système le plus économique pour son exploitation, l'exploitation *en vallée*, c'est-à-dire par puits inclinés comme les veines. Mais, comme mes travaux sont tous exactement sous la Loire, il en résulte que ces puits ne sauraient déboucher à la surface, et qu'ils ne peuvent même approcher plus près que 100 mètres du niveau de ce fleuve.

» Or, une machine à vapeur n'était pas applicable à ce niveau; d'un autre côté, des machines à chevaux offrent toujours, en pareille circonstance, des inconvénients très-graves. J'ai donc songé à l'emploi de l'air comprimé pour ma transmission de mouvement, et je m'empresse de vous informer que, vu la localité et les circonstances, il m'était impossible de rien trouver de mieux pour atteindre le but que je m'étais proposé.

» Mon appareil consiste :

» 1°. En une machine à vapeur de la force de 18 à 20 chevaux, établie depuis longtemps pour le service de la mine et surtout pour l'aérage des travaux souterrains;

» 2°. En une seconde machine de la force de 10 à 12 chevaux, établie exactement comme pour employer de la vapeur, mais marchant avec de l'air comprimé produit par la première machine. Cette seconde machine est placée dans l'intérieur de la mine, à 100 mètres de profondeur au-dessous du niveau de la Loire et à l'embouchure d'un puits incliné de 90 mètres de profondeur. Elle est destinée à mettre en mouvement, au moyen d'un

tambour et de câbles en fer, des wagons de 6 hectolitres sur un chemin de fer établi dans toute la longueur du puits incliné.

» C'est au moyen de cet appareil, qu'outre un aérage parfait pour tous mes travaux souterrains, j'obtiens par un seul puits, avec facilité et économie, une extraction de 1 000 à 1 100 hectolitres de charbon par vingt-quatre heures.

» Je dois vous faire observer que, vu les circonstances, j'avais un double but à remplir : le premier, et le plus important, était de bien aérer la mine ; le second d'appliquer à l'extraction de la houille une partie de la force motrice développée presque en pure perte par la machine de la surface pour aérer artificiellement les travaux. J'ai facilement obtenu ces deux résultats en distribuant d'abord dans les massifs en exploitation, au sortir de la machine à air comprimé, tout l'air dégagé par son tuyau d'échappement. Ensuite je profite des moments de repos de cette machine pour porter directement de l'air comprimé sur tous les points où l'on ne saurait en faire pénétrer qu'au moyen de la pression.

» Quant à mes observations sur l'effet dynamique de l'air comprimé, je pense, comme M. Poncelet, qu'il se comporte, tant dans les tuyaux de conduite que dans les machines, absolument comme un corps liquide, et j'avoue que je ne saurais donner une idée plus juste de la machine que j'emploie qu'en la comparant à une machine à colonne d'eau, dont le réservoir serait à 350 mètres de distance.

» Je terminerai, monsieur, en vous disant en résumé :

» 1°. Que, dans la pratique, il sera toujours extrêmement difficile d'obtenir des réservoirs d'une capacité suffisante pour bien employer l'air comprimé comme force motrice; que la capacité à donner à ces réservoirs n'a jamais encore été bien étudiée par des hommes en même temps praticiens et théoriciens, et qu'elle ne peut se comparer en rien au volume généralement adopté pour les chaudières à vapeur de nos machines;

» 2°. Qu'il serait vicieux de conclure de ce que l'air comprimé ne saurait être obtenu qu'aux dépens d'une autre force motrice, qu'il ne peut jamais être applicable d'une manière économique comme moteur. Mon appareil donne la preuve du contraire : car, avec une dépense de 25 hectolitres de charbon par vingt-quatre heures, dépense forcée pour une extraction de 1000 hectolitres d'une profondeur de 1000 mètres en employant directement la vapeur, j'obtiens, en employant l'air comprimé, une extraction absolument pareille, et j'ai de plus l'avantage, 1° de m'affranchir de galeries à travers bancs, toujours très-dispendieuses; 2° d'aérer parfaitement tous mes

travaux d'exploitation; enfin, de pouvoir porter de l'air sur des points où il serait impossible d'en faire arriver par les moyens ordinaires.

» Je profite de cette occasion, monsieur, pour vous rappeler que c'est avec bien du regret que je vois l'Administration toujours sourde à vos prières pour l'application de l'air comprimé au sauvetage des bâtiments. Cette application me semble si facile et si utile, que je suis convaincu qu'au premier jour nous apprendrons que l'Angleterre et l'Amérique auront profité de cette idée pour rendre leurs vaisseaux presque insubmersibles pendant que nous serons encore à y réfléchir. Il est bien pénible de voir que toujours nos meilleures idées sont obligées de recevoir le baptême de l'étranger avant de pouvoir trouver chez nous leur application. »

ASTRONOMIE. — *Sur les comètes de* 1585 *et de* 1433. (Extrait d'une Lettre de M. **Hind** à M. *Faye*.)

Comète de 1585.

« Les observations de la comète de 1585 faites par Tycho, ayant été publiées récemment, par ordre du roi de Danemark, M. Hind les a réduites avec le plus grand soin; puis il a repris, avec ces données nouvelles, les calculs que MM. Laugier et Mauvais ont exécutés l'an passé sur cette comète, dont ils ont établi la courte période et la similitude avec la comète, également périodique, découverte en 1844 par M. de Vico.

» Les calculs de M. Hind montrent que les observations nouvellement publiées ne modifieront pas, d'une manière essentielle, les résultats obtenus déjà par MM. Laugier et Mauvais. M. Hind trouve, comme ces messieurs, une très-courte période pour la comète de 1585, dont voici les éléments nouveaux :

Temps du passage au périhélie, 1585, octobre 7,99774, t. m. à Uranibourg, nouv. style.

Longitude du périhélie.	9° 51′ 10″,7	équin. m. du 1er nov.
Longitude du nœud ascendant. . . .	37° 57′ 51″,4	équin. m. du 1er nov.
Inclinaison.	5° 25′ 5″,0	
Angle de l'excentricité.	55° 42′ 40″,7	
Demi-grand axe.	6,220421	
Durée de la révolution sidérale. . .	15 $\frac{1}{2}$ années.	

» La seule différence notable entre ces éléments et les éléments calculés par MM. Laugier et Mauvais porte sur l'excentricité et le temps de la révolution. M. Hind pense que ses calculs ultérieurs, basés sur l'ensemble des observa-

tions, le ramèneront à une période plus rapprochée de celle qui a été fixée par MM. Laugier et Mauvais.

Comète de 1433.

» M. Hind a puisé, dans le travail de M. Édouard Biot sur les observations astronomiques des Chinois, les documents nécessaires pour calculer l'orbite de la comète de 1433. Il est arrivé à des éléments assez semblables à ceux de la comète de 1780, calculée par Olbers.

» Voici la comparaison de ces deux comètes :

Temps du passage au périhélie,	1433, nov. 5,19, vieux style. Temps moyen à Greenwich.	1780, mai 2,85139. Temps moyen à Paris.
Longitude du périhélie.	262°	246° 52′
Longitude du nœud ascendant. .	110°	121° 1′
Inclinaison.	76° ou 77°	72° 3′ 30″
Distance périhélie.	0,329	0,51528
Sens du mouvement	Rétrograde.	Rétrograde.

CONCHYLIOLOGIE. — *Notice sur une coquille d'orthocératite; par* M. DEFRANCE.

« Dans un séjour que je viens de faire au château d'Aux, près de Nantes, j'ai découvert, sur une table de marbre qui se trouvait dans ma chambre, la coquille d'un orthocératite, qui est bien remarquable par sa conservation et ses grandes dimensions.

» Quoiqu'elle ait été coupée à son sommet, elle porte encore un peu plus de 1 mètre de longueur, sur une largeur de 24 millimètres à son milieu. Dans cette portion de coquille, il se trouve environ soixante-quinze cloisons simples, concaves, et dont la dernière a 31 centimètres de longueur. Les autres sont traversées par un siphon submarginal assez gros.

» Sur la même table de marbre, il se trouve une portion du sommet d'une autre coquille d'orthocératite, qui démontre qu'elle se terminait en pointe; en sorte qu'en calculant le décroissement que présente la partie de la coquille qui se trouve conservée, on peut supposer qu'en totalité elle pouvait avoir 4 pieds de longueur, ainsi que M. de Buch annonce, dans son *Voyage au pôle nord*, en avoir vu à Konsberg.

» Le test de cette coquille étant très-mince et aussi long, elle a dû nécessairement être contenue dans le corps de l'animal auquel elle a appartenu, car on ne peut concevoir qu'avec sa fragilité et une aussi grande longueur, elle eût pu se conserver sans être brisée. On croit remarquer autour d'elle les traces de ce qui aurait pu lui avoir servi de fourreau.

» Cette coquille ne s'étant pas trouvée coupée précisément au milieu de son diamètre, dans sa longueur, il en est résulté que la dernière cloison ne présente qu'une partie de ce diamètre, qui a dû être de plus de 16 millimètres.

» Ces coquilles paraissent avoir de très-grands rapports avec les baculites, avec cette différence que les cloisons de ces dernières sont persillées, et que celles des orthocératites sont simples.

» J'ignore où a été trouvé le marbre dans lequel cette coquille est renfermée.

» Dans l'ouvrage de Knorr sur les fossiles, on voit représentée, *fig.* 1re, *Pl. CLXX*, une portion de coquille qui a beaucoup de rapports avec celle dont il est ici question, et qui porte aussi des traces remarquables de ce que l'on pourrait croire être son fourreau. »

CHIMIE. — *Sur les acides valérianique et butyrique.* (Extrait d'une Lettre du prince **Louis-Lucien Bonaparte** à M. *Pelouze*.)

« Permettez-moi de vous entretenir de quelques recherches que j'ai entreprises sur le blé avarié dans les sentines des navires. En me promenant dans la darse de Livourne, j'ai été frappé par l'odeur infecte et butyrique en même temps qui émanait d'une grande quantité de ce blé qu'on déchargeait. J'ai tenté d'en extraire de l'acide butyrique. Le résultat de mes expériences, entreprises avec M. le docteur Doveri et M. Jarinei, a été que, dans le blé avarié se forme une plus ou moins grande quantité d'acide valérianique, qu'il est facile d'isoler par les moyens ordinaires. L'acide butyrique se produit en même temps, et l'on peut l'extraire du liquide sur lequel l'acide valérianique oléagineux surnage. En décomposant par l'acide azotique le sel de soude formé par la saturation du liquide distillé sur le blé, on obtient une couche oléagineuse d'acide valérianique; si l'on sature le liquide acide composé d'azotate de soude, d'acide azotique libre, d'acides valérianique et butyrique avec de la soude, et qu'on traite le tout par l'alcool, on a une solution qui n'est, pour ainsi dire, composée que de butyrate de soude et de très-peu de valérianate de la même base. En évaporant ce sel à siccité à une douce chaleur, et le décomposant avec la plus petite quantité possible d'acide azotique très-pur et assez étendu, on obtient une nouvelle couche oléagineuse qui se dissout dans l'eau à toutes proportions (acide butyrique), tandis que la couche obtenue en premier lieu (acide valérianique) y est beaucoup moins soluble. Sous le rapport de l'économie, je ne puis rien dire de bien établi; car, quelquefois, la quantité d'acide valérianique a été très-faible, d'autres

fois, au contraire, assez forte (quoique en quantité bien moindre que celle formée par la valériane) pour promettre un résultat satisfaisant. Il paraît donc qu'il y a une époque de la fermentation valérianique où l'acide est assez abondant pour qu'on trouve son compte à l'extraire du blé avarié qu'on paye bien moins cher que la valériane. Mes deux collaborateurs vont continuer leurs recherches, surtout sous le point de vue économique.

» Reste à savoir maintenant quelles sont les conditions de la *fermentation valérianique*, et de son maximum en acide produit.

» Je suppose que l'eau de la mer y peut jouer un rôle important : le sel marin, qui seul, en solution très-concentrée, arrête toute fermentation, ne pourrait-il pas, tel qu'il se trouve dans l'eau de mer, la retarder en la modifiant? La manière dont le blé se trouve entassé dans les sentines doit aussi être prise en considération, car l'humidité n'y pénètre que peu à peu, et ce blé se trouve par cela même dans une condition toute particulière de fermentation.

» Quant à la fermentation butyrique, on peut l'expliquer par l'existence du gluten qui, n'étant que de la fibrine, aurait la propriété qu'on a constatée dernièrement, de fournir de l'acide butyrique par la fermentation.

» Dans cette dernière hypothèse le sel marin n'y entrerait pour rien, de même que si l'on admettait que l'entassement du blé est cause, à lui seul, que le gluten se modifie en ferment butyrique (analogue ou identique au caséum) et en ferment valérianique qui agiraient ensuite sur la fécule.

» En admettant, au contraire, que le sel marin produit tous ces effets, on dira que le gluten, sous son influence, est converti en ces deux espèces de ferment.

» Voilà bien des hypothèses qui se présentent, et nous allons tâcher de les résoudre de notre mieux. Je vais commencer par faire des expériences comparatives sur les principales fermentations avec de l'eau pure et de l'eau salée, ou avec de l'eau contenant des principes capables de modifier les différents produits de ces fermentations. Je vais aussi essayer d'extraire de l'acide valérianique ou de l'acide butyrique du son qui a été en contact avec les peaux.

» L'odeur valérianique est très-marquée dans cette substance. En cas que ces acides y existent, je serais porté à croire que l'acide tannique agit de la même manière que le sel marin, en retardant, modifiant et changeant même entièrement les produits de la fermentation putride des peaux des animaux. »

M. Salzmann adresse, de Constance, un *portrait photographique sur papier*, remarquable par la netteté de l'exécution.

M. **Harnepont**, géomètre à Saint-Dié, adresse des échantillons de minerai de fer magnétique provenant du banc de la Roche.

M. **Démidoff** transmet les tableaux des *observations météorologiques* faites, sous ses auspices, à *Nijné-Taguilsk*, pendant les mois d'avril, mai, juin et juillet 1845.

M. **Fraysse** adresse le tableau des *observations météorologiques* qu'il a faites à *Privas* (Ardèche), pendant le mois d'octobre 1845.

MM. **Barreswil** et **Bernard** prient l'Académie de vouloir bien renvoyer à l'examen d'une Commission les Mémoires qu'ils lui ont présentés à différentes reprises, sur les *phénomènes chimiques de la digestion.*

(Commission nommée pour des communications de MM. Bouchardat et Sandras relatives à la même question.)

M. **Séné** demande à l'Académie de vouloir bien compléter la Commission qui a été chargée de faire un Rapport sur sa *représentation en relief du Mont-Blanc.*

(M. Dufrénoy remplacera, dans cette Commission, M. Élie de Beaumont absent.)

M. de **Persigny** donne quelques explications relatives à un passage du Mémoire qu'il a récemment présenté.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée, Commission à laquelle sont adjoints MM. Dumas et Poncelet.)

M. **Ornières** demande qu'une Commission soit chargée d'examiner deux appareils qu'il dit avoir inventés, mais qu'il ne fait pas connaître d'une manière suffisante.

M. Ornières sera invité à envoyer la description des appareils sur lesquels il désire obtenir le jugement de l'Académie.

M. **Ofterdinger** communique de nouveaux détails sur le mode de préparation qu'il a imaginé pour l'étude de la *structure intime des organes*, et sur les difficultés qui s'opposent à l'envoi des pièces qu'il avait annoncées comme propres à faire juger de l'utilité de son invention.

Cette Lettre sera renvoyée à l'examen de la Commission qui avait été chargée de faire un Rapport sur le procédé de M. Ofterdinger.

M. Miahle adresse des considérations sur l'*universalité du déluge de Noé.*

M. Bastier adresse un *paquet cacheté.*

L'Académie en accepte le dépôt.

La séance est levée à 5 heures. A.

ERRATA.

(Séance du 4 août 1845.)

Page 322, ligne 27, intercalez cette ligne : Distance périhélie.... 0,4010168.

(Séance du 15 septembre 1845.)

Page 603, ligne 17, *au lieu de* c'est-à-dire, en d'autres termes, lorsque, *lisez :* et qu'en conséquence

(Séance du 3 novembre 1845.)

Page 976, ligne 30, *au lieu de* la substitution qui sert, *lisez :* l'une des substitutions qui servent

Page 978, ligne 15, *au lieu de* l'équation (11) exprime simplement, *lisez :* dire que l'équation (11) ne peut subsister, c'est dire

Page 982, ligne 13, *au lieu de* de la fonction, *lisez :* de la fonction Ω

Page 982, ligne 18, *au lieu de* $\mathfrak{P}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{R}, \ldots$, *lisez :* P, Q, R,....

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres:

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 2e semestre 1845; n° 18; in-4°.

Annales des Sciences naturelles; par MM. MILNE EDWARDS, AD. BRONGNIART *et* DECAISNE; août 1845; in-8°.

Traité élémentaire d'Astronomie physique; par M. J.-B. BIOT; tome III; in-8°, avec atlas in-4°.

Éducation des Garçons; par M. GIROU DE BUZAREINGUES. Rodez, 1845; in-8°.

Administration des Douanes. — Tableau général du Commerce de la France avec ses Colonies et les puissances étrangères, pendant l'année 1844. Paris, 1845; in-4°.

Le Sahara algérien : études géographiques, statistiques et historiques sur la région au sud des établissements français en Algérie; par M. le lieutenant-colonel DAUMAS, *publié avec l'autorisation de* M. le maréchal DUC DE DALMATIE; 1 vol. in-8°, avec carte in-folio.

Annales maritimes et coloniales; par MM. BAJOT *et* POIRÉE; octobre 1845; in-8°.

Physiologie pathologique; par M. H. LEBERT; 2 vol. in-8°, avec atlas de 22 planches grand in-8°. Paris, 1845.

Traité de Médecine opératoire, bandages et appareils, avec planches explicatives intercalées dans le texte; par M. SÉDILLOT; 4e partie; in-8°.

Liste des noms populaires des Plantes de l'Aube et des environs de Provins; par M. S. DES ÉTANGS. Paris, 1845; in-8°.

Traité d'Arithmétique pratique, d'après la méthode des progressions; par M. CHORON; 1845; in-8°.

Essai d'Organographie de la famille des Hépatiques; par M. C. MONTAGNE. (Extrait du *Dictionnaire universel d'Histoire naturelle.*) In-8°.

L'Hygiène navale dans ses rapports avec l'Économie politique commerciale et avec l'Hygiène publique; par M. E. BERTULUS. Marseille; 1845; in-8°.

Annales de la Société royale d'Horticulture de Paris; octobre 1845; in-8°.

Revue zoologique, par la Société Cuvierienne; par M. GUÉRIN-MÉNEVILLE; 1845; n° 10; in-8°.

Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse; n° 91; in-8°.

Journal des Connaissances médico-chirurgicales; novembre 1845; in-8°.

Journal de Médecine; par M. TROUSSEAU; novembre 1845; in-8°.

Journal de la Médecine homœopathique, publié par la Société Hahnemanienne de Paris; n° 1; novembre 1845; in-8°.

De la localisation des Bains, et de l'application du froid et de la chaleur sur les diverses parties du corps humain; par M. CH. MAYOR fils. Lausanne, 1844; in-8°.

Mémoire sur un appareil de Transnatation et de Sauvetage; par le même; in-8°.

Observations météorologiques des mois de mai, juin, juillet, août et septembre 1845, *faites à l'Observatoire royal de Bruxelles.* (Extrait du t. XIII, n° 9, du *Bulletin de l'Académie royale de Bruxelles.*) In-8°.

Proceedings... *Procès-verbaux des séances de la Société zoologique de Londres, pour l'année* 1844; tome XII; in-8°.

Reports... *Rapport du Conseil de la Société zoologique de Londres, lu à la séance générale annuelle du* 28 *avril* 1845.

The Cambridge... *Journal de Mathématiques de Cambridge;* n°s 10 à 24, novembre 1840 à mai 1845; in-8°. (Présenté par M. LIOUVILLE.)

Effemeridi... *Éphémérides de Milan pour l'an* 1846, *calculées par* M. R. STAMBUCCHI; 1 vol. in-8°. Milan, 1844.

Scoperta... *Découverte en physique; par* M. BRENTA. Milan, 1845; in-8°.

La Quadratura... *La Quadrature du talent; par* le même. Milan, 1844; in-8°.

Gazette médicale de Paris; tome XIII, 1845; n° 45; in-4°.

Gazette des Hôpitaux; n°s 130-135, in-fol.

L'Echo du monde savant, n° 37.

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES. — OCTOBRE 1845.

JOURS du MOIS.	9 HEURES DU MATIN. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	MIDI. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	3 HEURES DU SOIR. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	9 HEURES DU SOIR. BAROM. à 0°.	THERM. extér.	HYGROM.	THERMOMÈTRE. MAXIMA.	MINIMA.	ÉTAT DU CIEL A MIDI.	VENTS A MIDI.
1	758,88	+12,6		758,86	+14,6		758,00	+14,7		756,94	+13,1		+15,5	+10,6	Couvert............	O.
2	756,04	+16,0		755,36	+19,4		754,45	+18,2		753,69	+15,4		+19,6	+12,1	Couvert............	S.
3	750,74	+18,7		749,89	+21,4		748,59	+22,6		748,79	+17,2		+22,8	+14,1	Très-nuageux et vaporeux.	S.
4	750,44	+17,8		750,77	+21,3		750,13	+18,7		751,84	+14,5		+21,1	+16,2	Très-nuageux.........	S. O.
5	756,58	+13,5		756,94	+16,2		756,71	+16,7		757,50	+11,8		+17,1	+ 9,9	Nuageux............	O.
6	750,06	+11,3		746,87	+13,4		744,80	+14,8		744,67	+13,4		+15,8	+10,0	Pluie..............	E.
7	746,88	+14,0		746,67	+14,9		745,83	+13,3		746,23	+10,4		+15,1	+ 9,7	Couvert............	S.
8	745,75	+11,7		745,36	+12,3		744,37	+13,8		741,63	+11,8		+14,5	+ 6,7	Couvert............	S. S. O.
9	742,88	+11,7		741,78	+12,2		741,62	+13,4		745,07	+ 7,1		+14,6	+ 8,4	Pluie..............	S.
10	748,31	+ 8,2		748,37	+13,2		747,85	+13,8		746,45	+10,1		+14,7	+ 4,9	Nuageux............	S.
11	739,21	+11,5		740,88	+11,5		745,08	+12,2		752,40	+10,7		+12,4	+ 9,2	Couvert, brouillard.....	O. S. O.
12	760,30	+10,3		761,14	+13,7		761,56	+13,3		763,89	+ 8,4		+14,4	+ 6,5	Très-nuageux.........	O. S. O.
13	767,24	+ 8,5		767,24	+14,0		767,17	+15,0		768,22	+ 9,8		+14,5	+ 4,5	Beau...............	S. E.
14	769,82	+ 9,9		769,46	+13,8		768,56	+15,4		768,11	+ 9,1		+15,8	+ 4,7	Beau...............	E. S. E.
15	765,42	+ 6,4		764,38	+10,6		762,48	+12,0		761,55	+ 6,3		+12,3	+ 3,6	Beau...............	E. S. E.
16	759,86	+ 4,1		759,64	+ 8,2		759,93	+10,4		762,22	+ 9,3		+11,5	+ 1,5	Couvert, brouillard.....	O. N. O.
17	764,00	+ 8,5		763,82	+12,0		763,16	+12,1		763,06	+10,8		+12,3	+ 5,2	Couvert............	O.
18	764,32	+13,2		764,54	+14,2		764,54	+13,8		765,92	+12,0		+14,6	+10,8	Couvert............	O.
19	767,94	+12,4		766,80	+13,3		765,87	+13,8		764,66	+10,5		+14,0	+ 9,0	Couvert............	O. S. O.
20	761,84	+10,1		761,89	+10,9		760,34	+11,9		761,31	+10,4		+11,9	+ 7,6	Couvert............	O. S. O.
21	765,50	+ 9,3		765,16	+10,5		765,10	+11,3		766,79	+ 6,1		+11,9	+ 4,9	Beau...............	N. O.
22	768,67	+ 7,1		768,54	+12,0		767,66	+12,9		769,48	+ 9,8		+12,8	+ 3,4	Beau...............	N. N. O.
23	770,75	+ 9,7		770,59	+11,9		769,63	+11,6		769,95	+ 5,6		+12,0	+ 7,1	Couvert............	N. E.
24	767,62	+ 5,2		766,34	+11,9		764,46	+13,6		763,20	+ 8,0		+13,8	+ 2,4	Beau...............	E. S. E.
25	763,39	+ 5,0		763,22	+ 7,7		763,22	+ 9,3		764,59	+ 7,7		+10,0	+ 2,5	Couvert, brouillard.....	S. E
26	765,32	+ 8,1		765,18	+ 8,2		764,55	+ 9,2		764,92	+ 6,0		+ 9,6	+ 5,5	Couvert, brouillard.....	N. N. E.
27	763,73	+ 8,2		763,34	+10,4		762,89	+10,2		762,50	+ 9,0		+11,0	+ 4,6	Couvert............	O. S. O.
28	762,44	+ 9,4		761,80	+11,4		760,89	+11,6		760,91	+ 7,6		+12,5	+ 8,2	Couvert............	O.
29	758,15	+ 6,2		757,35	+10,0		756,23	+11,8		755,85	+ 5,4		+12,0	+ 2,7	Beau...............	E. S. E.
30	757,15	+ 6,0		757,12	+13,8		756,88	+16,5		758,12	+12,2		+16,8	+ 2,7	Nuageux............	S. E.
31	759,82	+ 8,9		759,50	+13,2		759,11	+15,4		759,80	+11,9		+16,3	+ 7,4	Nuageux, brouillard....	S. S. E.
1	750,66	+13,5		750,09	+15,9		749,23	+16,0		749,28	+12,5		+17,1	+ 9,3	... Moy. du 1er au 10	Pluie en centimètres.
2	761,99	+ 9,5		761,98	+12,2		761,87	+13,0		763,13	+ 9,7		+13,4	+ 6,3	... Moy. du 11 au 20	Cour.. 3,530
3	763,87	+ 7,6		763,47	+11,0		762,78	+12,1		763,29	+ 8,1		+12,5	+ 4,7	... Moy. du 21 au 31	Terr.. 2,901
	759,00	+10,1		758,67	+12,9		758,12	+13,6		758,72	+10,0		+14,3	+ 6,6	... Moyenne du mois......	+ 10°,5